Economic Bulletin of Senshu University
Vol. 51, No. 2, 41-65, 2016

習慣的消費と合理的中毒性*

中島　　巖**

＜要約＞

消費の習慣化は，消費を通じて消費を学習していき，学習が進むにつれ，享受される喜びの度合が増していく過程を意味するとされる。そこでは，過去の消費経験の蓄積が，一種の資本ストックとなって，以後の所定の消費からの効用水準に影響力を発揮するものとされる。

かかる所定の消費からの効用水準の変化は，時間経過にともなう選好の変化であり，一方で，外部の好情報，すなわち社会契約，広告を通じたデモンストレーション効果の作用にともなう変化であり，他方で，社会的，物理的相互依存性の作用にともなうそれであるとみなされ，とりわけ，後者は，喫煙，飲酒がその例として言及されてきたごとくである。

しかるに，かかる変化のあり方を左右する要素として，効用函数の(非)定常性，割引函数の形状が指摘される。定常的効用函数，指数的割引函数の想定は，喫煙，飲酒，薬物等の消費にともなう中毒性をも合理的選択理論の枠組の中で議論され得る合理的中毒性に導く。

以下では，まず，合理的中毒性の議論に分析的基礎を与える異時点間の効用依存性の下での最適定常経路のあり方と，その安定性に関するRyder＝Healの議論を展望し，次いで，合理的中毒性のあり方を，１財の消費が２種類の消費資本をもたらす場合における最適消費経路の周期的行動の発生可能性，さらに，１財の消費資本ストックが現行消費を抑制する負のフィード･バック効用が併せ作用する場合における最適消費経路の周期的行動の発生可能性を安定的領域の特定化を通じて検討する。

JEL区分：D9, D99
キーワード：習慣的消費，異時点間補完性，合理的中毒性

＊　本稿では，指数的割引函数のみが適用される場合に議論は限定されていることに注意されたい。

＊＊　専修大学名誉教授

序

1960年代に入ると，経済の貯蓄，資本蓄積の最適経路，それにともなう最適経済成長経路への関心が高まりを見せ始めた。Cass［７］は最適成長の文脈で，各時点における消費からの定常的効用函数の指数的割引因子による割引合計値を目標選好函数とする定式化を呈示した。これに対し，Koopmans［14］, Hicks［12］は，疑問を呈し，消費の異時点間の補完性ないし効用の異時点間の依存性の存在性を示唆した。

Samuelson［24］, Ryder＝Heal［23］は，所与の現行消費からの効用が過去の消費水準に依存するという限定的ながら選好の時間的加法性を緩和する試みを展開した。前者は，異時点間依存性の下でのターンパイク性（turnpike properties）に主眼点があり，後者は，過去の消費の加重平均として定義された習慣的消費が負の限界効用をもたらす異時点間の効用依存性の下で，飽和点が存在する場合と存在しない場合における最適成長経路の定常状態の性質と安定性を確かめた。

しかるに，Ryder＝Healの議論は，1980年代に入ってBecker＝Murphy［３］を先駆とする合理的中毒性（rational addiction）の議論に分析手法的基礎を与えることになった。(関連作業として，Iannaccone［13］, Winston［32］, Becker＝Grossman＝Murphy［２］, Dockner＝Feichtinger［９］, Léonard［16］, Feichtinger＝Prskawetz＝Herold＝Zinner［11］, Bordley［４］等参照。所得形成の過程に労働供給を導入する議論として，Ljungovist＝Uhlig［19］, Seckin［25］, Vendrik［30］, Kubin＝Prinz［15］参照。）合理的中毒性の議論は，指数的割引函数を援用する点でRyder＝Heal, *op. cit.,* と共通点をもち，過去の蓄積である習慣的消費が現行の消費を上昇させるならば中毒的（addictive），逆に，低下させるならば飽和的（satiating）と規定され，Ryder＝Healの時代には考慮されることのなかった消費の周期的（cyclical）ないしカオス的（chaotic）行動の発生可能性が議論されつつある。

本稿における我々の目的は，異時点間の効用依存性の下で，習慣的消費の一形態としての中毒的消費のあり方を合理的選択理論の枠組の中で検討することにある。

まず，次節では，第２節での議論に分析的基礎を与える異時点間の効用依存性の下での最適経済成長経路に関するRyder＝Heal, *op. cit.,*の議論を代表的消費者の文脈に翻案し，最適定常経路のあり方を検討する。

第２節では，合理的選択理論の枠組の中で，合理的中毒性のあり方をみる。１財の消費が２種類の消費資本をもたらす場合における最適消費経路の周期的行動の発生可能性をみた後で，蓄積された消費資本ストックが現行消費を抑制する負のフィード･バック効果が作用するところでの消費の周期的ないしカオス的行動の発生可能性をみる。

最後に，若干の結論的言及がなされる筈である。

なお，本稿は最終稿ではない。

第１節　習慣的消費

1．異時点間選好依存性

本節では，過去の消費経験から形成される消費習慣が現行の消費決定に影響をもたらすところでの消費決定のあり方をみる。[1)]

本項では，連続的時間視野の中で，習慣的消費がもたらす効果と異時点間の消費の補完性をみる。

最適経済成長論の文脈の中で，異時点間の消費からの効用の加法和に依存する選好函数が適用されてきた。例えば，Cass［７］が援用した定式化

$$J[c(\cdot)] = \int_0^{\infty} e^{-rt} u[c(t)]dt \tag{1}$$

は，その典型的一例である。ただし，r は，指数的割引因子，$c(t)$は，t 期における消費水準である。これに対し，Hicks［12］は，そこでの異時点間での消費の独立性（independence）の想定は，直観に反するとして異時点間における補完性（complementarity）の想定の妥当性を主張した。

しかるに，Ryder＝Heal［23］は，ある財の消費からしたがう満足度は，その財の現行消費水準にとどまらず過去の消費水準にも依存するとして，異時点間の依存性をもつ選好の下での最適経済成長のあり方を分析した。以下では，Ryder＝Heal の議論を，代表的な消費者の消費決定の文脈に読み代えて，習慣的消費がもたらす効果をみることにする。

Ryder＝Heal は，G. Katona が1951年の著書 *'Psychological Analysis and Economic Behavior'* において主張する命題，すなわち，人間が現在置かれている消費環境に対面する際の気持は平均値を通じて作用する過去の経験によって左右される，という命題を自らの議論に援用した。

過去に遡るにつれ指数的に低下していく加重（weight）ρ による過去の消費水準の加重平均 $s(t)$ は，t 期における消費水準 $c(t)$，かつ，$\rho > 0$ に対して

$$s(t) = \rho e^{-\rho t} \int_{-\infty}^{t} e^{\rho t} c(\tau) d\tau \tag{2}$$

で定義される。このとき，$s(t)$は，時点 t における習慣的消費水準（customary consumption level）と呼ばれる。

さて，ある時点での消費からの限界効用が過去の消費と将来の消費とともに変化する可能性を含む代表的消費者の評価(汎)函数は

$$J(c(\cdot)) \equiv \int_0^{\infty} e^{-rt} u[c(t), s(t)]dt \tag{3}$$

で定義される。ただし，$u[c(t), s(t)]$は，瞬時的効用函数（instantaneous utility function）である。ここで，$u[c(t), s(t)]$に対して，いくつかの仮定を設けよう。まず，

（A-1）　$u_c(c, s) > 0$ 　(4)

（**A-2**）　$u_s(c,s) \le 0$ (5)

が仮定される。（**A-1**）は，所与の過去の消費習慣の下で，現行の消費の増加は効用を上昇されること，（**A-2**）は，逆に，所与の現行の消費水準の下で，過去の消費習慣の高水準化は，その効用を上昇させることはなく，低下させるかもしれないことを意味している。さらに

（**A-3**）　$u_{cc}(c,s) < 0, u_{cc}(c,s)u_{ss}(c,s) - (u_{cs}(c,s))^2 \ge 0$ (6)

（**A-4**）　$\lim_{c \to 0} u_c(c,s) = \infty; \lim_{c \to 0}[u_c(c,c) + u_s(c,c)] = \infty$ (7)

が仮定される。(**A-3**)は，瞬時的効用函数が c と s に関して凹函数を成し，c については，厳密な凹函数を成すこと,(**A-4**)は，瞬時的効用函数が，いずれの s に対しても，c に関して原点の周りで十分な曲率をもつことを意味する。

次に，消費者の所得制約条件を特定化する。

消費者は，財産 w を保有し，所得形成函数 $f(w)$ を通じて財産ないし所得を増加させるものとする。[2] このとき，財産は，一定率 δ で減耗していくものとする。消費 c に対し，所得制約条件

$$\dot{w} = f(w) - \delta w - c \tag{8}$$

$$0 \le c \le f(w) \tag{9}$$

がしたがう。ここで，所得形成函数 f に関して，

（**B-1**）　$f(w) > 0, f'(w) > 0, f''(w) < 0$, and $\lim_{w \to 0} f(w) = 0, \lim_{w \to \infty} f(w) = \infty$ (10)

（**B-2**）　$\lim_{w \to 0} f'(w) = \infty, \lim_{w \to \infty} f'(w) = 0$ (11)

が仮定される。上の仮定は，所得形成函数 f が w に関して凹函数を成し，原点の周辺で十分な曲率をもつことを意味している。

ここで，(2)式を時間に関して微分すれば，

$$\dot{s}(t) = -\rho s(t) + \rho e^{-\rho t}(e^{-\rho t}c(t)) = \rho(c(t) - s(t)) \tag{12}$$

を得る。さらに，$w_0 > 0, s_0 > 0$ を $t = 0$ 時点における歴史的に所与とされる財産，過去消費量とする。

以上の想定の下で，代表的消費者の最適制御問題

$$\max_{c(t)} J[\cdot] = \int_0^\infty e^{-rt} u[c(t), s(t)]dt \tag{13}$$

$$s.t. \quad \dot{w} = f(w) - \delta w - c \tag{14}$$

$$0 \le c \le f(w) \tag{15}$$

$$\dot{s} = \rho(c - s) \tag{16}$$

$$s(0) = s_0 > 0, \ w(0) = w_0 > 0 \tag{17}$$

が定義される。ただし，時間要素は省略されている。

ところで，Ryder＝Heal, *op. cit.,* は，異時点間の消費間の補完性（complementarity）を定義する。

通常のかかる補完性は，効用函数からの限界効用，限界代替率の概念に基づいて議論される。しかるに，目的函数が汎函数で与えられる文脈においては，汎函数の微係数の概念が援用される必要がある。Ryder＝Heal は，Volterra［31］が創案した汎函数の微係数，すなわち，Volterra 微係数（Volterra derivative）を援用する。

さて，時点 t_1 周辺における微小な消費量の増加からしたがう汎函数 $J[c(\cdot)]$ の増分を測定するものとする。ここで，$c'(\cdot)$ を

$$c'(t)=c(t) \quad \text{for} \quad t \leq t_1-\frac{\beta}{2},\ t \geq t_1+\frac{\beta}{2} \tag{18}$$

$$|c'(t)-c(t)|<\alpha \quad \text{for} \quad t_1-\frac{\beta}{2}<t<t_1+\frac{\beta}{2} \tag{19}$$

なる函数を満たす無限の消費流列とする。次に，

$$\varepsilon=\int_{-\infty}^{\infty}[c'(t)-c(t)]dt=\int_{t_2-\frac{\beta}{2}}^{t_2+\frac{\beta}{2}}[c'(t)-c(t)]dt \tag{20}$$

と設定すれば，$|\varepsilon|<\alpha\beta$ がしたがう。（**図-1**参照。）このとき，J の Volterra 微係数は，

$$J'[c(\cdot);t_1]=\lim_{\substack{\alpha\to 0\\ \beta\to 0}}\frac{J[c'(\cdot)]-J[c(\cdot)]}{\varepsilon} \tag{21}$$

で定義される。直ちに，時点 t_1 と t_2 の間の限界代替率

$$R[c(\cdot),t_1,t_2]=\frac{J'[c(\cdot);t_1]}{J'[c(\cdot);t_2]} \tag{22}$$

を得る。

もし，時点 t_3 における消費の微小な増分が存在するとき，それが時点 t_1, t_2 の間の限界代替率にもたらす効果は，もう 1 つの Volterra 微係数

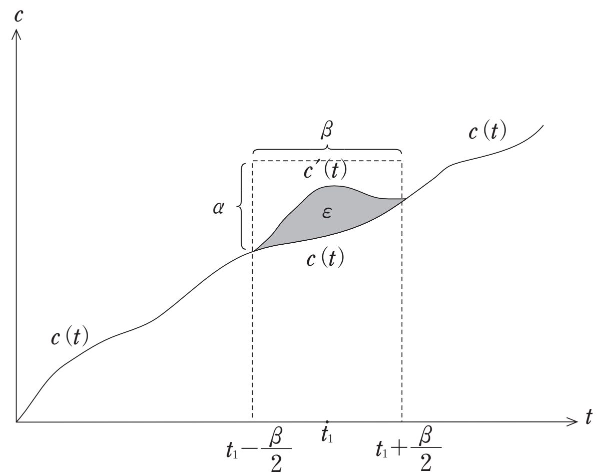

図-1

$$R'[c(\cdot), t_1, t_2; t_3]$$

$$= (J'[c(\cdot); t_2]\ J''[c(\cdot); t_1, t_3] - J'[c(\cdot); t_1] J''[c(\cdot); t_2, t_3]) / (J'[c(\cdot); t_2])^2 \tag{23}$$

で与えられる。このとき，$R'[c(\cdot), t_1, t_2; t_3] > 0$ ならば，時点 t_3における微小な増分は時点 t_2から t_3 へ選好をシフトさせる。このことは，時点 t_3 と t_1 の間に補完性が生ずることを意味する。逆に，$R' < 0$ならば，時点 t_3の増分は，t_1から t_2へ選好をシフトさせ，t_3 と t_2 の間に補完性を生む。もし，選好汎函数が異時点間独立性をもつならば，$R' = 0$ の場合に相当し，時点 t_3の増分は，t_1, t_2の間の選好に何ら影響をもたらすことはなくなる。

さらに，Ryder＝Heal, *op. cit.,* は，遠隔補完性（distant complementarity），隣接補完性（adjacent complementarity）の概念を定義する。

いま，上の(2),(3)式で与えられた汎函数の微係数をとれば，$t_2 > t_1 > 0$に対して

$$J'[c(\cdot); t_1] = e^{-rt_1} u_c[c(t_1), s(t_1)] + \rho e^{\rho t_1} \int_{t_1}^{\infty} e^{-(\rho+r)t} u_s[c(t), s(t)]\, dt \tag{24}$$

$$J''[c(\cdot); t_1, t_2] = \rho e^{\rho t_1 - (\rho+r)t_2} u_{cs}[c(t_2), s(t_2)]$$

$$+ \rho^2 e^{\rho(t_1+t_2)} \int_{t_2}^{\infty} e^{-(2\rho+r)t} u_{ss}[c(t), s(t)]\, dt \tag{25}$$

がしたがう。しかるに，(24),(25)式をそのまま(23)式に代入する手続きは煩瑣に過ぎるため，すべての t を通じて $c(t) = s(t) = s(0)$ なる一定消費経路がしたがう場合を想定しよう。このとき，u_c, u_s, u_{cs}, u_{ss} は定数となる。まず，(24),(25)式は，それぞれ

$$J'[c; t_1] = e^{-rt_1}[u_c + \frac{\rho}{\rho + r} u_s] \tag{26}$$

$$J''[c; t_1, t_2] = \rho e^{\rho t_1 - (\rho+r)t_2}[u_{cs} + \frac{\rho}{2\rho + r} u_{ss}] \tag{27}$$

と書き改められる。

ここで，仮定を追加しよう。

$$\textbf{(A-5)}\quad u_c(c, c) + u_s(c, c) > 0 \tag{28}$$

が仮定される。(28)式は，一様な消費水準の増加が効用を増加させることを意味している。

上の仮定（**A-5**）の下で，直ちに，$J' > 0$がしたがう。ここで，(26),(27)式を(23)式に代入すれば，$0 < t_1 < t_2$に対して

$$R'[c, t_1, t_2; t_3] = \frac{\rho(u_{cs} + \frac{\rho}{2\rho + r} u_{ss})}{u_c + \frac{\rho}{\rho + r} u_s} e^{r(t_2 - t_1)} [\alpha(t_3 - t_1) - \alpha(t_3 - t_2)] \tag{29}$$

がしたがう。ただし，

$$\alpha(t) = e^{-(\rho+r)t} \quad \text{for } t > 0 \tag{30}$$

$$\alpha(t) = e^{\rho t} \quad \text{for } t < 0 \tag{31}$$

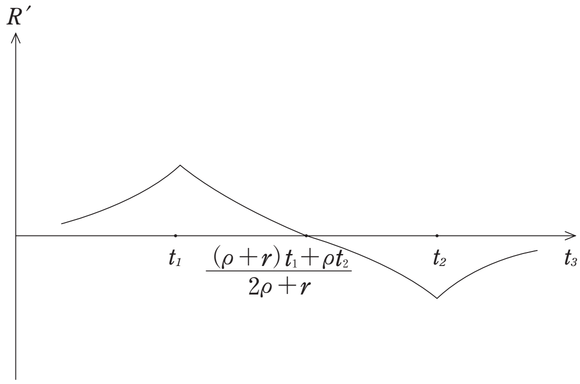

図-2

である。しかるに，$t_3<((\rho+r)t_1+\rho t_2)/(2\rho+r)$ ならば，R' と $\rho(u_{cs}+u_{ss}\frac{\rho}{2\rho+r})$ は同符号をとり，$t_3>((\rho+r)t_1+\rho t_2)/(2\rho+r)$ ならば，逆符号をとる。**図-2**は，$u_{cs}+u_{ss}\frac{\rho}{2\rho+r}>0$ の場合が描かれる。$t_3<(>)((\rho+r)t_1+\rho t_2)/(2\rho+\delta)$ のとき，$R'>(<)0$ となる。このとき，$R'>0$ ならば，t_3 と t_1 の間に補完性が存在し，$R'<0$ のとき，t_3 と t_2 の間に補完性が存在する。前者の補完性は，遠隔補完性（distant complementarity），後者のそれは，隣接補完性（adjacent complementarity）と呼ばれる。

2. 定常解の安定性

本項では，上の最適制御問題((13)－(17)式)の定常解の安定性を概観する。[3)]

まず，中毒性（addiction）と飽和性（satiation）の発生の可能性をみる。[4)]

習慣的消費が存在するところでは，消費の増加は一方的な効用の上昇をもたらすことなく，効用の飽和点が発生する可能性が出てくる。すなわち，定常状態における比較によって，より高い習慣的消費がもたらす不効用ないし不満足が，より高い現行消費からの効用ないし満足を上回るとすれば全体の総効用は低下せざるを得ない。

ところで，前項の追加仮定(**A-5**)の下では，$s=c$ なる定常状態において，その水準の増加は効用を増加させ続けることを意味していた。いま，横軸に s，たて軸に c を取れば，定常状態 $c=s$ は45°線で表わされる。ここで，前項で設けられた仮定(**A-3**)，(**A-4**)を想起すれば

$$\frac{dc}{ds}=-\frac{u_s(c,s)}{u_c(c,s)}>0 \qquad (32)$$

がしたがうから，s 軸に凸を成し左上方にシフトするにつれ高い効用水準を与える無差別曲線群がしたがう。(**図-3**参照。)因みに，45°線に沿った $c=s$ の上昇は，効用水準を高めるから，かかる財は，中毒性をもつそれに相当する。

次に，上の仮定(**A-5**)を緩和しよう。

いま，**図-4**において，$s=c=c_0$ が飽和点を与えるものとする。ここで，消費者の評価(汎)函数を

$t=t_1$時点において微分し，$s=c_1$で評価すれば，

$$J'(c;t_1)=e^{-rt_1}\left[u_c(c,c)+u_s(c,c)\frac{\partial s}{\partial c}\right]$$
$$=e^{-rt_1}\left[u_c(c,c)+\rho e^{\rho t}\int_0^{\infty}e^{-(\rho+r)t_1}u_s(c,c)\,dt\right]$$
$$=e^{-rt_1}\left[u_c(c,c)+\frac{\rho}{\rho+r}u_s(c,c)\right]=0 \tag{33}$$

を得る。ただし，等号は，同一無差別曲線上の変化からしたがう。また，$c_0=c(t=0)$，$c_1=c(t=t_1)$を表わす。

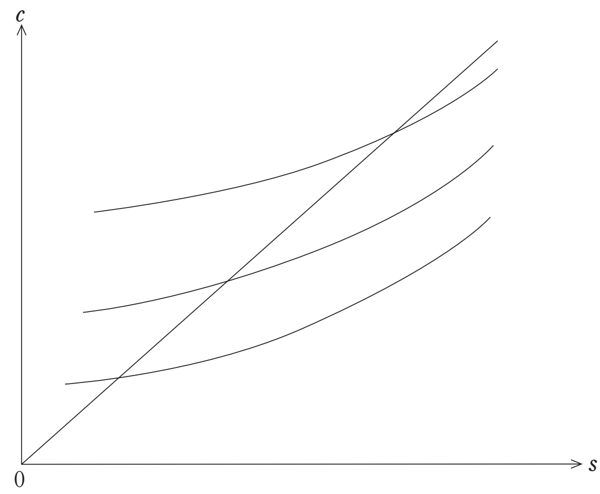

図-3

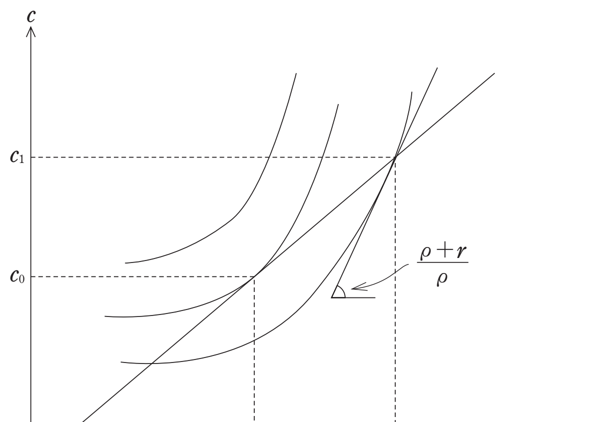

図-4

いま，(33)式右辺の［　］内を

$$q(c)\equiv u_c(c,c)+\frac{\rho}{\rho+r}u_s(c,c) \tag{34}$$

と設定すれば,[5)] $q(c)=0$ のとき，飽和最適定常解（satiated optimal stationary solution）がしたがうと言い換えることができる。しかるに,(34)式を考慮すれば

$$q'(c)=\frac{(\rho+r)u_{cc}+(2\rho+r)u_{cs}+\rho u_{ss}}{\rho+r} \tag{35}$$

がしたがう。(35)式は,

$$\rho(\rho+r)q'(c)=\rho(\rho+r)u_{cc}+\rho(2\rho+r)u_{cs}+\rho^2c_{ss}$$

$$=\rho(\rho+r)u_{cc}+2\rho\left(\rho+\frac{r}{2}\right)u_{cs}+\rho^2c_{ss} \tag{36}$$

を意味し，さらに,

$$\left(\rho+\frac{r}{2}\right)^2=\rho(\rho+r)+\frac{r^2}{4} \tag{37}$$

を考慮すれば,

$$0\geq\left(\rho+\frac{r}{2}\right)^2u_{cc}+2\rho\left(\rho+\frac{r}{2}\right)u_{cs}+\rho^2u_{ss}$$

$$=\frac{r_2}{4}u_{cc}+\rho(\rho+r)q'(c) \tag{38}$$

を意味する。したがって

$$q'(c)\leq-\frac{r^2u_{cc}}{4\rho(\rho+r)}>0 \tag{39}$$

がしたがう。(39)式は，**図-5**に示されるごとき複数個の飽和定常解を与える可能性がある。上の凹性の仮定**(A-3)**から，小さい c に対して $q(c)>0$と仮定し得るから，最初の飽和最適解は $q(c_1)=0, q'(c_1)<0$を満たすものとなるごとくである。

さて，代表的消費者の最適制御問題

$$\max J[\cdot]=\int_0^\infty e^{-rt}u[c(t),s(t)]dt \tag{40}$$

$$s.t.\quad \dot{w}=f(w)-\delta w-c \tag{41}$$

$$0\leq c\leq f(w) \tag{42}$$

$$\dot{s}=\rho(c-s) \tag{43}$$

$$s(0)=s_0>0,\ w(0)=w_0>0 \tag{44}$$

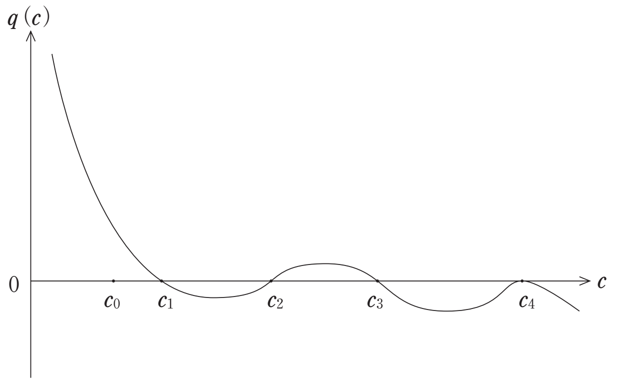

図-5

を想起すれば，当該期値 Hamilton 函数（current-value Hamiltonian）

$$\mathscr{H}_c=u(c,s)+p\rho(c-s)+q[f(w)-\delta w-c] \tag{45}$$

が定義される。ただし，$p(t), q(t)\ (t\geq 0)$ は，(41)-(44) 式を満たすそれぞれ s, w に関するシャドー・プライス（shadow price）を表わす。

　内点解が存在するものとすれば，最適条件

$$u_c+p\rho-q=0 \tag{46}$$

$$\dot{p}=pr-u_s+p\rho=(r+\rho)p-u_s \tag{47}$$

$$\dot{q}=qr-q[f'(w)-\delta)=(r+\delta-f'(w)]q \tag{48}$$

$$p(t)\geq 0 \quad \text{for all } t \tag{49}$$

$$q(t)\geq 0 \quad \text{for all } t \tag{50}$$

および，横断面条件（tranversality condition）

$$\lim_{t\to\infty} e^{-rt}p(t)s(t)=0 \tag{51}$$

$$\lim_{t\to\infty} e^{-rt}q(t)w(t)=0 \tag{52}$$

がしたがう。

　さて，まず，$\dot{s}=\dot{w}=\dot{p}=\dot{q}=0$ を満たす修正黄金律（modified golden rule）を満たす解を求めよう。

$$f'(w^*)=r+\delta \tag{53}$$

$$c^*=f(w^*)-\delta w^* \tag{54}$$

$$s^*=c^* \tag{55}$$

$$u_s=(c^*,s^*)=(r+\rho)p^* \tag{56}$$

$$q^*=u_c(c^*,s^*)+\frac{\rho}{r+\rho}u_s(c^*,s^*) \tag{57}$$

がしたがう。しかるに，(57)式は，前項で定義された(34)式に他ならないことに注意されたい。ただし，仮定(**A-5**)の下では，

$$q^*>\frac{\rho}{r+\rho}\left(u_c(c^*,s^*)+u_s(c^*,s^*)\right)>0 \tag{58}$$

がしたがう。

いま，上の定常解の近傍で，体系に線型近似を施そう。しかるに，(40)式を想起すれば

$$u_{cc}(c-c^*)+u_{cs}(s-s^*)=(q-q^*)-\rho(p-p^*) \tag{59}$$

$$\text{or}\quad c-c^*=-\frac{u_{cs}}{u_{cc}}(s-s^*)-\frac{\rho}{u_{cc}}(p-p^*)+\frac{1}{u_{cc}}(q-q^*) \tag{60}$$

がしたがう。このとき，$\frac{\partial c}{\partial s}=-\frac{u_{cs}}{u_{cc}}$，$\frac{\partial c}{\partial p}=-\frac{\rho}{u_{cc}}$，$\frac{\partial c}{\partial q}=\frac{1}{u_{cc}}$がしたがう。さらに，(41)式に線型近似を施せば

$$\begin{aligned}\dot{w}&=(f'(w)-\delta)(w-w^*)-(c-c^*)\\&=(f'(w)-\delta)(w-w^*)+\frac{u_{cs}}{u_{cc}}(s-s^*)+\frac{\rho}{u_{cc}}(p-p^*)-\frac{1}{u_{cc}}(q-q^*)\end{aligned} \tag{61}$$

を得る。

以上から，体系の線型近似式

$$\begin{pmatrix}\dot{s}\\ \dot{w}\\ \dot{p}\\ \dot{q}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\rho\left(1+\frac{u_{cs}}{u_{cc}}\right) & 0 & -\frac{\rho^2}{u_{cc}} & \frac{\rho}{u_{cc}}\\ \frac{u_{cs}}{u_{cc}} & f'(w)-\delta & \frac{\rho}{u_{cc}} & -\frac{1}{u_{cc}}\\ u_{ss}+\frac{(u_{cs})^2}{u_{cc}} & 0 & (r+\rho)\left(1+\frac{u_{cs}}{u_{cc}}\right) & -\frac{u_{cs}}{u_{cc}}\\ 0 & -qf''(w) & 0 & \rho+\delta-f'(w)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}s-s^*\\ w-w^*\\ p-p^*\\ q-q^*\end{pmatrix} \tag{62}$$

がしたがう。

いま，上の体系の特性根を μ とすれば，特性方程式

$$\begin{aligned}&(r+\delta-f'-\mu)(f'-\delta-\mu)\left[\mu^2-r\mu-\rho\left((2\rho+r)\frac{u_{cs}}{u_{cc}}+\rho\frac{u_{ss}}{u_{cc}}\right)-\rho(r+\rho)\right]\\&\quad-\frac{qf''}{u_{cc}}\left[\mu^2-r\rho\mu-\rho(r+\rho)\right]=0\end{aligned} \tag{63}$$

がしたがう。しかるに，仮定(**A-5**),(34),(51)式を想起すれば

$$q^*=q(c^*)>0 \tag{64}$$

$$r+\delta-f'(w^*)=0 \tag{65}$$

がしたがい，上の特性方程式((63)式)は，

$$\mu^4-2r\mu^3+\left(r^2-\rho[\rho+r+\nu]-\frac{qf''}{u_{cc}}\right)\mu^2+r\left(\rho[\rho+r+\nu]+\frac{qf''}{u_{cc}}\right)\mu$$

$$+\rho(\rho+r)\frac{qf''}{u_{cc}}=0 \tag{65}$$

と簡単化される。ただし，

$$\nu=(2\rho+r)\frac{u_{cs}}{u_{cc}}+\rho\frac{u_{ss}}{u_{cc}} \tag{67}$$

である。ν は，補完性の尺度を与え，$\nu>(<)0$ならば，ストック s は隣接(遠隔)補完性をもつ。[6)]

多項式((66)式)の 4 つの根は

$$\mu=\frac{r}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{r^2}{2}+\sigma+\sqrt{\frac{r^4}{4}+r^2\sigma+4\tau}}\pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{r^2}{2}+\sigma-\sqrt{\frac{r^4}{4}+r^2\sigma+4\tau}} \tag{68}$$

で与えられる。ただし，

$$\sigma=\rho[\rho+r+\nu]+\frac{qf''}{u_{cc}} \tag{69}$$

$$\tau=\rho(\rho+r)\frac{qf''}{u_{cc}}>0 \tag{70}$$

である。しかるに，c,s に関する効用函数の凹性，c に関する厳密な凹性の仮定(**A- 3**)から

$$\underline{\nu}\equiv-\frac{1}{\rho}\left(\frac{r}{2}+\rho\right)^2\leq\nu \tag{71}$$

$$\frac{qf''}{u_{cc}}-\frac{r^2}{4}\leq\sigma=\rho[\rho+r+\nu]+\frac{qf''}{u_{cc}} \tag{72}$$

がしたがう。

ところで，(68)式の第 1 のベキ根は実数である一方，第 2 のそれは，虚数，実数の両方の可能性があり得る。しかるに，根は，$\frac{r}{2}$を軸に対称となるから，$r=0$に対しては，負の実数部をもつ 2 つの安定根と，正の実数部をもつ 2 つの不安定根を取ることになる。連続性の仮定より，$r>0$が小さい値をとるとき，この関係が成立しなければならない。

しかるに，2 つの安定根をもつ定常解は修正黄金律に収束していき，このとき，これらの根が実数根ならば結節点（mode），複素根ならば渦巻線（spiral）を描く。特性方程式((66)式)の 4 つの根の積は

$$\tau=\rho(\rho+r)\frac{qf''}{u_{cc}}>0 \tag{73}$$

となる。多項式((66)式)の根((68)式)の第 2 ベキ解が複素根か実数根かは不明であったことを想起

すれば，根の不安定性の議論は，それが複素根の場合に発生する。したがって

$$\sqrt{\frac{r^4}{4}+r^2\sigma+4\tau}>\frac{r^2}{2}+\sigma \tag{74}$$

がしたがうとき，渦巻線の形態をとる。また，

$$\sqrt{\frac{r^2}{2}+\sigma+\sqrt{\frac{r^4}{4}+r^2\sigma+4\tau}}>0 \tag{75}$$

がしたがうとき安定根がしたがう。

次に，仮定(**A-5**)を緩め，飽和最適定常解がしたがう場合を想定しよう。

上で，修正黄金律にある消費 c^*の下で $q(c^*)>0$となるとき，修正黄金律が最適解となることが確かめられた。逆に，$q(c^*)<0$となるとき，(50)式は満たされなくなり，修正黄金律は，最適安定解とはならない。かかる場合は，前項の**図-5**において，$c_1<c^*<c_2$あるいは $c^*>c_3$となるとき発生すると帰結される。

飽和最適定常解において，$q=0$, したがって$\frac{qf''}{u_{cc}}=0$ となるから，(62)式に対する特性方程式は，

$$(r+\delta-f'-\mu)(f'-\delta-\mu)[\mu^2-r\mu-\rho(\rho+r+\nu)]=0 \tag{76}$$

と簡単化される。

しかるに，飽和最適安定解の近傍において，所得制約はレレバントでなくなるから，体系は

$$u_c=-\rho p \tag{77}$$

$$\dot{s}=\rho(c-s) \tag{78}$$

$$\dot{p}=(r+\rho)\rho-u_s \tag{79}$$

と簡単化され，特性方程式は

$$\mu^2-r\mu-\rho(\rho+r+\nu)=0 \tag{80}$$

がしたがい，根は

$$\mu=\frac{r}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{r^2+4\rho(\rho+r+\nu)} \tag{81}$$

で与えられる。(38), (67)式から，根は実数根となり，(35), (68)式から，第 i 根が $q'(c_i)>0$ を満たすとき両根は正根となり，$q'(c_i)<0$のとき，両根は，正，負と反対の符号をとる。前項の**図-5**において，c_1は鞍点解となり，以後 c_4の接点解まで鞍点解と不安定結節点が交叉することが帰結される。

1） 本節は，最適経済成長論の文脈で展開された Ryder＝Heal［23］の議論を代表的消費者のそれとして翻案したものであり，そこでの手続きの多く，および**図-1**から**図-5**をそれに負う。

2） 所得形成函数 f は，新古典派的生産函数に準ずるものである。

3） 本項での安定性の議論は，次節の議論に必要な限りにおいて展開されるものである。

4） ここでの限界効用を用いる中毒性，飽和性の定義は，次節での合理的中毒性の文脈で下される定義と必ずしも全面的整合性を満たし得ない。

5） (34)式で定義される $q(c)$ は，消費者の最適制御問題の定常解における所得ないし財産のシャドー・プライス（shadow price）を与える。次項，(57)式参照。

6） 次節第１項，(112)式参照。

第２節　合理的中毒性

1．合理的中毒性と異時点間補完性

本節では，過去の消費蓄積が習慣を生み，中毒症状ないし依存症状をもたらす可能性に直面するところでの代表的消費者の消費決定のあり方と消費の周期性の発生可能性をみる。

まず，本項では，中毒症状ないし依存症状をもたらす可能性のある財，すなわち中毒財に関する合理的消費決定と異時点間補完性のあり方をみる。

消費者が合理的選択理論の帰結に反する行動を見せる場合も少なくない。過食，節食，喫煙，飲酒，さらには麻薬等の薬物依存は，かかる行動の例である。しかるに，Becker＝Murphy［３］は，かかる中毒性を含む消費行動も，効用最大化行動と矛盾することなく，合理的選択の枠組の中で分析を施せば，中毒性に関する新発見やより深い理解がもたらされると主張する。[7)]

ところで，消費者は各期毎にその時々の瞬時的効用函数を最大化するものと想定されるとき，かかる行動は，消費者が，習慣が形成されたり，ストックが蓄積されていく過程に目を呉れていないという理由で，近視眼的（myopic）なそれとして扱われる。そこで，近視眼の想定を取り下げると今度は，性急化現象と効用函数に割引函数が入り込むことに通ずる時間視野（time perspective）に関連するもう１つの近視眼性が現われる。Strotz［28］は，もし，それでも消費者が各時点毎に効用函数の最大化を図るものと想定されるとすると，時間整合性（time consistency）という避けて通れない難問に直面せざるを得ないことを指摘した。

今日，消費者が効用最大化を図ることは，現時点と後続の全時点にとっての最適決定を下すことを意味する。明日も，その後も，同様の計算をくり返す。しかるに，時間が進行したというだけの理由で割引函数は異なった値を取ることになるため，例えば，今日，明日にとって最適と見える決定は，それ以前の時点で，当該日にとって最適と見えた決定とは異なったものとなる可能性が出て来る。自らの過去の決定を覆し続けるという自己矛盾に陥ることになる。かかる情況が生ずる十分な理由は，上の性急化現象の存在である。これが，Strotz が掲げた時間(非)整合性の問題である。

ところで，Phlips［21］は，今日の基準の下で下された決定が同一規準の下で明日覆される逆転現象が生じないためには，割引函数が一定の割引因子をもつ指数的函数のそれでなければならないことを変分法の適用によって明らかにした。したがって，中毒性をもつ財に対する消費決定が合理的であることは，指数的割引函数に基づく時間整合的な選好が想定されることと同義となる。以下では，指数的割引函数を援用する合理的選択理論の枠組の中で合理的中毒性のあり方をみることにする。

いま，過去の消費を，現行の消費とともに現行の効用に影響をもたらす消費資本（consumption capital）とみなすものとする。消費者のある財に対する消費量が消費資本として蓄積されていくにつれて上昇していくとき，消費者は中毒ないし依存症に罹っていると呼ばれ，そこでの財は中毒財（addictive commodity）と呼ばれる。このとき，その蓄積が該当する財のみに関わるとき財特定消費資本（commodity-specific consumption capital）と呼ばれる。反対に，ある財が複数の消費資本を蓄積させるならば，過去の消費は複数のチャンネルを通じて現行の効用に影響をもたらすことになる。非財特定消費資本（non commodity-specific consumption capital）の場合に相当する。[8]前節で展開された習慣的消費の議論は，上の後者の場合に位置づけられる。

さて，中毒症状ないし依存症状の発症の危険を孕んだ中毒財は，その消費時点において効用をもたらすプラス効果をもつ一方で，長期的に上の発症にともなう負の効用をもたらすマイナス効果を併せ持つ特徴をもつ。例えば，過食は，賞味，満喫というプラス効果をもたらす一方で，体重増加というマイナス効果をもたらすごとくである。かかる中毒財においては，その消費を中止したかと思えば再開し，また中止するごとく周期的（cyclical）あるいは振動的（oscillatory）な不規則な消費行動をともなう場合が少なくない。以下では，１種類の財が２種類の非財特定消費資本を蓄積する場合を想定し，消費の不規則行動の発生可能性をみる。

いま，代表的消費者は，各時点 t において，現行の消費 $c(t)$ とその過去の蓄積である２種類の消費資本 $s_1(t), s_2(t)$ から効用函数

$$u(t) = u(c(t), s_1(t), s_2(t)) \tag{82}$$

にしたがって効用を引出すものとする。効用函数 $u(\cdot)$ は，組（$c, s_1(t), s_2(t)$）に関して同時に厳密な凹函数を成し，また，交叉微係数 $u_{s_1s_2}=0$，すなわち，一方の消費財の限界効用は，他方の消費資本の水準から独立であるものとする。さらに，$u_{cs_j}>0 (j=1,2)$，すなわち，いずれの消費資本もその水準が高いほど，現行の消費に関する限界効用は高くなるものとする。

ここで，消費資本ストック $s_1(t), s_2(t)$ は，過去の消費 $c(t)$ に対し蓄積過程

$$\dot{s}_1(t) = c(t) - \delta_1 s_1(t) \tag{83}$$

$$\dot{s}_2(t) = c(t) - \delta_2 s_2(t) \tag{84}$$

を通じて現行の効用に影響をもたらすものとする。ただし，$\delta_i (i=1,2)$ は，ストックの減耗率ないし記憶の喪失率であり，時間を通じて一定であり，さらに，$\delta_1 > \delta_2$ と仮定される。

さて，一定の時間選好率 r による指数的割引函数をもち無限大寿命をもつ代表的消費者の目的は，蓄積方程式((83), (84)式)，非負初期保有 $s_i(0) = s_{i0} \geq 0$ の下で，効用流列の割引値の最大化を図ることであるものとする。消費者の問題は，

$$\max_{c(t)} \int_0^\infty e^{-rt} u(c(t), s_1(t), s_2(t))\, dt \tag{85}$$

$$s.t. \quad (83) \text{ and } (84)$$

で表わされる。直ちに，Hamilton 函数

$$\mathscr{H} = [u(c(t), s_1(t), s_2(t)) + \lambda_1(c(t) - \delta_1 s_1(t)) + \lambda_2(c(t) - \delta_2 s_2(t))] e^{-rt} \tag{86}$$

がしたがう。1階条件

$$u_c + \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \tag{87}$$

$$\dot{\lambda}_1 = -u_{s_1} + (r + \delta_1)\lambda_1 \tag{88}$$

$$\dot{\lambda}_2 = -u_{s_2} + (r + \delta_2)\lambda_2 \tag{89}$$

および，横断面条件

$$\lim_{t\to\infty} e^{-rt}[\lambda_1(t)(\tilde{s}_1(t) - s_1(t)) + \lambda_2(\tilde{s}_2(t) - s_2(t))] = 0 \tag{90}$$

がしたがう。ただし，$\tilde{s}_1(t), \tilde{s}_2(t)$は，すべての実現可能なストックの状態である。また，$\lambda_i (i=1,2)$は消費習慣s_iのシャドー･プライス（shadow price）であり，消費の将来の便益ないし費用の値を表わす。したがって，合理的消費者は，シャドー･プライス体系(λ_1, λ_2)を通じて現行行為の将来結果を考慮していることが示唆される。

ここで，上の均衡体系の動学をみるために，効用関数を2次関数に特定化しよう。すなわち，

$$u(c(t), s_1(t), s_2(t)) = \alpha_c c(t) + \alpha_{s_1} s_1(t) + \alpha_{s_2} s_2(t) + \alpha_{cs_1} c(t) s_1(t)$$
$$+ \alpha_{cs_2} c(t) s_2(t) + \frac{1}{2}\alpha_{cc} c(t)^2 \tag{91}$$

がしたがう。ただし，$\alpha_{s_i s_i} = 0 (i=1,2)$と仮定される。また，$u$の凹性から$u_{cc} < 0$となる。

さて，cとs_1, s_2の定常状態値がゼロとなるように消費習慣ストックと消費の定義を変換しよう。

まず，$s_1(t), s_2(t)$の蓄積体系を一般形として

$$\dot{s}_1(t) = a_{11} s_1(t) + a_{12} s_2(t) \tag{92}$$

$$\dot{s}_2(t) = a_{21} s_1(t) + a_{22} s_2(t) \tag{93}$$

で表わし，(92)式を時間に関して微分すれば

$$\ddot{s}_1(t) = a_{11}\dot{s}_1(t) + a_{12}\dot{s}_2(t)$$
$$= a_{11}\dot{s}_1(t) + a_{12}(a_{21}s_1(t) + a_{22}s_2(t)) \tag{94}$$

がしたがう。ここで，(92)式を(94)式に代入すれば

$$\ddot{s}_1(t) = a_{11}\dot{s}_1(t) + a_{12}a_{21}s_1(t) + a_{22}\dot{s}_1(t) - a_{11}a_{22}s_1(t) \tag{95}$$

$$\text{or} \quad \ddot{s}_1(t) - (a_{11} + a_{22})\dot{s}_1(t) + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})s_1(t) = 0 \tag{96}$$

がしたがう。しかるに，$\dot{s}_1(t), s_1(t)$の係数は，係数行列$A = \{a_{ij}\} (i, j = 1, 2)$の$-(\mathrm{tr}A)$と$\det A$に等しい。(96)式の解は

$$s_1(t) = a_{11}e^{\mu_1 t} + a_{12}e^{\mu_2 t} \tag{97}$$

$$s_2(t) = a_{21}e^{\mu_1 t} + a_{22}e^{\mu_2 t} \tag{98}$$

で与えられる。[9)]

ここで，消費函数を導くために，(97)，(98)式を(83)，(84)式に代入すれば，

$$c(t)=(a_{11}\mu_1+a_{11}\delta_1)e^{\mu_1 t}+(a_{12}\mu_2+a_{12}\delta_1)e^{\mu_2 t} \tag{99}$$

$$c(t)=(a_{21}\mu_1+a_{21}\delta_2)e^{\mu_1 t}+(a_{22}\mu_2+a_{22}\delta_2)e^{\mu_2 t} \tag{100}$$

がしたがう。

しかるに，消費関数を線型函数

$$c(t)=\xi_1 s_1(t)+\xi_2 s_2(t) \tag{101}$$

と特定化し，(97)，(98)式を代入すれば

$$c(t)=(\xi_1 a_{11}+\xi_2 a_{21})e^{\mu_1 t}+(\xi_1 a_{12}+\xi_2 a_{22})e^{\mu_2 t} \tag{102}$$

がしたがう。ここで，(99)，(100)式の係数と(102)式のそれを比較すれば，

$$\xi_1 a_{11}+\xi_2 a_{21}=a_{11}(\mu_1+\delta_1) \tag{103}$$

$$\xi_1 a_{12}+\xi_2 a_{22}=a_{12}(\mu_2+\delta_1) \tag{104}$$

$$\xi_1 a_{11}+\xi_2 a_{21}=a_{21}(\mu_1+\delta_2) \tag{105}$$

$$\xi_1 a_{12}+\xi_2 a_{22}=a_{22}(\mu_2+\delta_2) \tag{106}$$

がしたがう。さらに，

$$a_{11}(\mu_1+\delta_1)=a_{21}(\mu_1+\delta_2) \tag{107}$$

$$a_{12}(\mu_2+\delta_1)=a_{22}(\mu_2+\delta_2) \tag{108}$$

がしたがう。以上から，一意解 $\left(\xi_1, \xi_2, \dfrac{a_{11}}{a_{21}}, \dfrac{a_{22}}{a_{12}}\right)$ がしたがい

$$\begin{aligned} c(t)&=\xi_1 s_1(t)+\xi_2 s_2(t)\\ &=\frac{(\mu_1+\delta_1)(\mu_2+\delta_1)}{\delta_1-\delta_2}s_1(t)-\frac{(\mu_2+\delta_2)(\mu_1+\delta_2)}{\delta_1-\delta_2}s_2(t) \end{aligned} \tag{109}$$

がしたがう。

もし，$\xi_1, \xi_2>0$のとき，消費資本のストックが消費と正の相関をもつならば，消費者は完全中毒的（fully addicted）であると呼ばれる。消費資本ストックの一方が消費と正の相関をもち，他方が負の相関をもつならば部分中毒的（partially addicted）であると呼ばれる。

ところで，上の(97)，(98)式を満たす根の特性方程式は

$$\begin{aligned} &\alpha_{cc}a_{1j}(\mu_j+\delta_1)+\alpha_{cs_1}a_{1j}+\alpha_{cs_2}a_{2j}+\frac{\alpha_{11}a_{1j}+\alpha_{cs_1}a_{1j}(\mu_j+\delta_1)}{a+\delta_1-\mu_j}\\ &\qquad+\frac{\alpha_{s_2s_2}a_{2j}+\alpha_{cs_2}a_{2j}(\mu_j+\delta_1)}{a+\delta_2-\mu_j}=0 \quad (j=1, 2) \end{aligned} \tag{110}$$

で表わされる。しかるに，$a_{11}(\mu_j+\delta_1)/(\mu_j+\delta_2)=a_{21}$を想起すれば，特性方程式は

$$(\mu_j+\delta_1)(\mu_j+\delta_2)(r+\delta_1-\mu_j)(r+\delta_2-\mu_j)-(\mu_j+\delta_2)(r+\delta_2-\mu_j)A_1$$
$$-(\mu_j+\delta_1)(r+\delta_1-\mu_j)A_2=0 \quad (j=1,2) \tag{111}$$

と表現し直される。ただし，

$$A_j=\frac{1}{\alpha_{cc}}[(r+2\delta_j)\alpha_{cs_j}+\alpha_{s_js_j}] \quad (j=1,2) \tag{112}$$

である。A_j は，異時点間の補完性の尺度となる。もし，$A_j>0$ならば，完全中毒にある消費者の消費は消費資本ストック s_j に関して隣接補完性（adjacent complementarity）を示し，$A_j<0$ならば遠隔補完性（distant complementarity）を示す。(不)安定性の議論は前節第 2 項のそれに準ずる。

2. 消費資本のフィード･バック効果と消費周期性

本項では，現行の効用に寄与する中毒財の消費が蓄積されていく過程で消費自体を抑制するフィード･バック効果が発揮されるところでの消費決定のあり方をみる。

前項では，合理的選択理論の枠組と整合する合理的中毒が不規則行動をみせる可能性をみた。Dockner＝Feichtinger［ 9 ］は，さらに，安定的リミット･サイクル（stable limit cycle）が発生する場合への議論の発展化を試みた。持続的振動の存在は，初期条件の如何に関わらず，消費経路が漸近的一定周期による周期的行動をみせることを示唆する。かかる周期的行動は，中毒財に関する過去の消費と現行の消費の間の補完性の大きさによって生ずると結論する。

以下では，前節における Ryder＝Heal, *op. cit.,* にしたがって過去の消費の加重平均を習慣的消費とみなし，消費資本と呼び，そこでの消費の不規則(カオス)的行動の発生可能性をみる。

すでにみたごとく，過去の消費の蓄積である消費資本が現行の消費の増加を促がす類の財は中毒性ないし依存性をもつと呼ばれるのに対し，逆に，現行の消費を減少させるそれは，飽和性をもつと呼ばれる。Feichtinger＝Prskawetz＝Herold＝Zinner［11］は，過去の蓄積による消費資本が消費を増加させる正の効果をもたらす反面，消費を減少させる負の効果を併せもつとき，前者が後者を大きく上回るならば現行消費の飽和につながり，逆に，後者が前者を上回るならば，現行消費が抑制されるフィード･バック（feedback）効果が作用し，消費の不規則(カオス)的行動が発行する可能性を示唆した。

いま，Feichtinger *et al.* に示唆にしたがい，中毒財の消費の蓄積過程は，差分方程式

$$s_{n+1}=c_n+(1-\delta)s_n,\ \ s_0>0 \tag{113}$$

で表わされるものとする。ただし，δ は一定の減耗率であり，過去からの習慣蓄積が記憶から失われる度合を表わす。

他方，上の消費の抑制作用をもつ習慣蓄積は，閾値（threshold）の機能をもつものとする。このとき，閾値 t の蓄積過程は，調整方程式

$$t_{n+1}=\varepsilon(s_n-t_n)+t_n,\ \ t_0>0,\ 0\leq\varepsilon\leq 1 \tag{114}$$

で表わされるものとする。ただし，ε は，調整速度を表わす。(114)式の表現は，閾値を成す習慣

蓄積自体が中毒財の蓄積 s に依存し，一定とはならないことを意味している。したがって，現行消費は，その増加を促がす習慣蓄積 s とその減少を促がす閾値 t との差$(s-t)$に依存するものとなる。すなわち，消費函数は，一般的に

$$c_n = c\,(s_n - t_n) \tag{115}$$

で表される。ただし，$c_s>0, c_t<0$がしたがう。

以上から，中毒財の習慣蓄積と閾値蓄積が構成する体系は，差分方程式

$$s_{n+1} = c\,(s_n - t_n) + (1-\delta)\,s_n \tag{116}$$

$$t_{n+1} = \varepsilon\,(s_n - t_n) + t_n \tag{117}$$

で表わされる。しかるに，(116)式は，t_n が s_n に負の影響力を行使する負のフィード・バック（negative feedback）が，(117) 式は，s_n が t_n に正の影響力を行使する正のフィード・バック（positive feedback）が作用することを示唆している。このとき，負のフィード・バック作用は，中毒財の習慣蓄積の無限大化を抑制すると同時に，体系に対し不安定化要因として作用する可能性を持ち合わせていることになる。

さて，上の体系((116),(117)式)の定常解（stationary solutions）を $s_{n+1}=s_n=s^*, t_{n+1}=t_n=t^*$と設定すれば，(117)式から，$s^*=t^*$がしたがう。このとき，均衡値はパラメータとしての減耗率 δ のみに依存することになる。いま，上の体系の定常解の周りの動学をみるために，体系((116),(117)式)に線型近似を施し，均衡点(s^*, t^*)で評価すれば，Jacobian 行列

$$J = \begin{pmatrix} 1-\delta+c_s & c_t \\ \varepsilon & 1-\varepsilon \end{pmatrix} \tag{118}$$

がしたがう。(118)式の特性根 λ_1, λ_2は，

$$\begin{aligned} \lambda_1, \lambda_2 &= \frac{1}{2}\left(\mathrm{tr}J \pm \sqrt{(\mathrm{tr}J)^2 - 4\det J}\right. \\ &= \frac{1}{2}(2-\delta+c_s-\varepsilon) \pm \sqrt{(2-\delta+c_s-\varepsilon)^2 - 4(1-\delta+c_s)(1-\varepsilon) - \varepsilon c_t)} \end{aligned} \tag{119}$$

で与えられる。ただし，tr$J$ は Jacobian 行列のトレース，det$J$ は行列式を示す。また，$\varDelta = (\mathrm{tr}J)^2 - 4\det J$ は判別式を与える。

ところで，上の判別式が非負$(\varDelta \geq 0)$のとき，特性根は実根となり，特性根 λ_i が$0<\lambda_i<1\,(\lambda_i>1)$を満たすならば，単調収束（monotonic converging)（単調発散（monotonic diverging)）するそれとなる。逆に，特性根 λ_i が$-1<\lambda_i<0\,(\lambda_i<-1)$を満たすならば，減衰振動 (damped oscillatory)（発散振動（diverging oscillatory)）するそれとなる。

逆に，判別式が負$(\varDelta < 0)$のとき，特性根は，共役複素数となり得る。このとき，安定性はモジュラス（modulus）に依存する。[11)] 複素数 $\lambda = a+bi$ のモジュラスは，

$$\mathrm{mod}\lambda = |\lambda| = |a+bi| = \sqrt{a^2+b^2} \tag{120}$$

で定義される。すなわち，ガウス平面（Gaussian plane）で原点と点(a, b)との間のユークリッド

距離（Euclidian distance）であり，$|\lambda|=1$は，単位円（unit circle）を描く。（**図-6**参照。）

もし，$|\lambda_i|<1$ならば，体系は減衰振動し，逆に，$|\lambda_i|>1$ならば発散振動する。したがって$|\lambda_i|=1$のとき安定振動（stable oscillations）が起こる。$|\lambda_i|<0$から$|\lambda_i|>0$に移る，すなわち，単位円の内部から外部に出るとき，体系は安定性を失ない定常状態の近くの経路に質的変化が起こる。かかる唐突な変化は，分岐（bifurcation）と呼ばれる。このとき，$|\lambda_i|=0$を満たす特殊点は分岐点（bifurcation points）と呼ばれ，そこで，安定性の交代（exchange of stability）が生ずるごとくである。

しかるに，Feichtinger *et al., op. cit.,* は，上の Jacobian 行列の第１行の c_s と c_t が共通の絶対値をもつ消費函数を指数函数

$$c_n=c(s_n-t_n)=[1+\exp(-\beta(s_n-t_n))]^{-1} \tag{121}$$

と特定化する。(121)式は，$(s-t)$-$c(s-t)$座標に S 字型消費函数を与える。（**図-7**参照。[12)]）このとき，パラメータ$\beta(>0)$は消費函数の勾配の緩急の度合を表わし，消費の習慣蓄積の閾値からの乖離に対し，消費がいかに敏速に反応するかの度合を表わす。$\beta\to0$に対し，Heaviside 函数

$$c(s_n-t_n)=\begin{cases}1 & s_n>t_n\\ \\ 0 & s_n<t_n\end{cases} \tag{122}$$

がしたがい，$\beta=0$に対し，$c(s_n-t_n)=0.5$がしたがう。（**図-7**参照。）

さて，Feichtinger *et al.* の示唆にしたがって，指数的消費函数（(121)式）の下で，定常解の安定性をみてみよう。

消費函数（(121)式）の下で，体系は

$$s_{n+1}=(1-\delta)s_n+[1+\exp(-\beta(s_n-t_n))]^{-1} \tag{123}$$

$$t_{n+1}=t_n+\varepsilon(s_n-t_n) \tag{124}$$

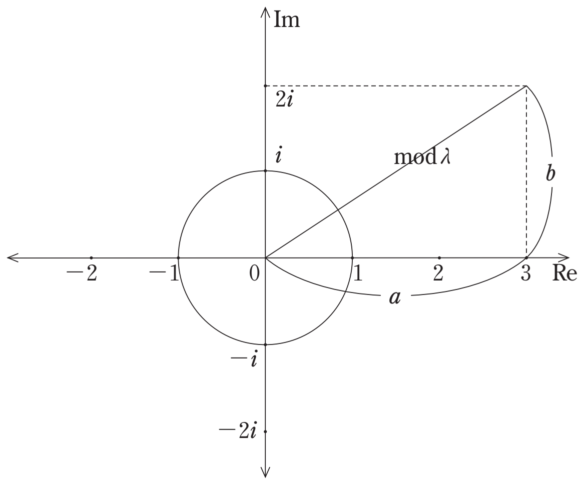

図-6

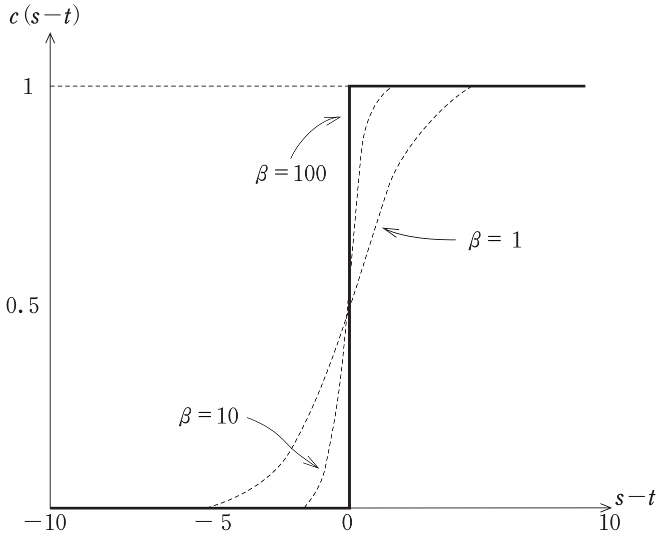

図-7

と表現し直される。

直ちに，定常解

$$s^*=t^*=\frac{1}{2\delta} \tag{125}$$

がしたがう。(123), (124) 式の体系の Jacobian 行列は

$$J=\begin{pmatrix} 1-\delta+\beta\dfrac{\exp(-\beta(s-t))}{[1+\exp(-\beta(s-t)]^2} & -\beta\dfrac{\exp(-\beta(s-t))}{[1+\exp(-\beta(s-t))]^2} \\ \varepsilon & 1-\varepsilon \end{pmatrix} \tag{126}$$

で表わされ，定常解で評価し，(125)式を考慮すれば

$$J=\begin{pmatrix} 1-\delta+\dfrac{\beta}{4} & -\dfrac{\beta}{4} \\ \varepsilon & 1-\varepsilon \end{pmatrix} \tag{127}$$

がしたがう。しかるに，$\mathrm{tr}J=2-\delta-\varepsilon+\dfrac{\beta}{4}$, $\det J=(1-\delta)(1-\varepsilon)+\dfrac{\beta}{4}$ がしたがい，判別式 $\varDelta$ は,

$$\varDelta=(\mathrm{tr}J)^2-4\det J=\left(\varepsilon+\delta-\frac{\beta}{4}\right)^2-4\varepsilon\delta \tag{128}$$

で与えられる。

さて，消費函数の勾配の緩急度 β，閾値蓄積過程の調整速度 ε を所与として残るパラメータの消費蓄積記憶の喪失率である減耗率 δ のみが変化するものとし，そこでの定常解近傍の安定性をみてみよう。

いま，判別式 $\varDelta=0$ と置くと

$$\varepsilon^2+\delta_2+\left(\frac{\beta}{4}\right)^2-2\varepsilon\delta-\frac{\beta\varepsilon}{2}-\frac{\beta\delta}{2}=0 \tag{129}$$

$$\text{or}\quad \delta_2-\left(2\varepsilon+\frac{\beta}{2}\right)\delta+\mu^2-\frac{\beta\varepsilon}{2}+\left(\frac{\beta}{4}\right)^2=0 \tag{130}$$

なる 2 次方程式がしたがう。その根は，

$$\delta=\frac{\left(2\varepsilon+\frac{\beta}{2}\right)\pm\sqrt{\left(2\varepsilon+\frac{\beta}{2}\right)^2-4\left(\varepsilon^2-\frac{\beta\varepsilon}{2}+\left(\frac{\beta}{4}\right)^2\right)}}{2}$$

$$=\frac{\beta}{4}+\varepsilon\pm\sqrt{\beta\varepsilon} \tag{131}$$

で与えられる。

以下では，体系の定常解近傍での安定性がしたがう安定領域（stability region）を特定化する形で安定性を確かめよう。[13)]

まず，判別式 $\Delta<0$ の場合を想定する。

このとき，(131)式を考慮すれば

$$\frac{\beta}{4}+\varepsilon-\sqrt{\beta\varepsilon}<\delta<\frac{\beta}{4}+\varepsilon+\sqrt{\beta\varepsilon}$$

を満たす 2 つの複素根 $\lambda_i(i=1,2)$ がしたがう。さらに，安定性がしたがうためには，モジュール $|\lambda_i|$ が

$$|\lambda_i|=\mathrm{mod}\,\lambda_i=\frac{1}{4}\sqrt{(\mathrm{tr}J)^2+(-\Delta)}<1 \tag{133}$$

を満たされなければならない。(133)式)は

$$\delta>\left(\frac{\beta}{4}-\varepsilon\right)(1-\varepsilon)^{-1} \tag{134}$$

を意味する。ここで，$\delta<1$ なる仮定を想起すれば，(132)，(134)式ともども安定領域

$$\max\left(\frac{\beta}{4}+\varepsilon-\sqrt{\beta\varepsilon},\left(\frac{\beta}{4}-\varepsilon\right)(1-\varepsilon)^{-1}\right)<\delta<\min\left(1,\frac{\beta}{4}+\varepsilon+\sqrt{\beta\varepsilon}\right) \tag{135}$$

が特定される。

次に，判別式 $\delta>0$ の場合を想定する。

(131)式を考慮すれば

$$\frac{\beta}{4}+\varepsilon+\sqrt{\beta\varepsilon}<\delta \tag{136}$$

もしくは

$$\frac{\beta}{4}+\varepsilon-\sqrt{\beta\varepsilon}>\delta \tag{137}$$

を満たす2つの実数根 $\lambda_i(i=1,2)$ がしたがう。さらに，$|\lambda_i|<1$ は

$$\delta>\left(\frac{\beta}{4}-\varepsilon\right) \tag{138}$$

を意味し，パラメータ δ に対する追加制約となる。しかるに，$\delta,\varepsilon<1$ であるから，(138)式は，$\frac{\beta}{4}<\varepsilon$ の領域においてのみ妥当する。ここで，(137)式を結合すれば

$$0<\delta<\frac{\beta}{4}+\varepsilon-\sqrt{\beta\varepsilon} \tag{139}$$

が満たされる安定領域がしたがう。また，(136),(138)式，$\delta<1$ を結合すれば

$$\frac{\beta}{4}+\varepsilon+\sqrt{\beta\varepsilon}<\delta<1 \tag{140}$$

を満たす安定領域がしたがう。

以上の(135),(139),(140)式から，全体として

$$\max\left(0,\left(\frac{\beta}{4}-\varepsilon\right)(1-\varepsilon)^{-1}\right)<\delta<1 \tag{141}$$

なる全安定領域（total stability region）がしたがう。

ところで，上の体系の構造上，パラメータ δ と ε は，可換的であり，δ,ε のいずれを変化パラメータとしても同一の全安定領域がしたがうことが帰結される。[14)]

7）それに先立つ萌芽的議論として，Stigler＝Becker［27］，その後続的議論として，Becker＝Grossman＝Murphy［2］, Becker［1］参照。関連作業として，酒税に関して，Cook＝Tauchen［8］，喫煙に関して，Farrell＝Fuchs［10］, Lewit＝Coate［17］, Lewit＝Coate＝Grossman［18］, Townsend［29］等，また，習慣性の持続性に関して，Pollak［22］, Spinnewyn［26］，さらに，中毒性消費の中断と逆戻りの過程についてWinston［32］参照。
8）中毒財の定義例として，Iannaccone［13］参照。しかるに，前節のRyder＝Heal, *op. cit.*, の示唆するそれとは，必ずしも整合しない。
9）例えば，Lorenz［20］(Appendix)参照。
10）前節の(67)式参照。
11）Lorenz, *op. cit.*, (Appendix)参照。
12）Feichtinger, *et al., op. cit.,* Fig 1 (p. 159)に準ずる。
13）安定領域外における分岐，リミット・サイクルの発生可能性が示唆される。
14）Feichtinger *et al., op. cit.,* (Appendix)参照。

結びにかえて

Ibn Khaldûn (1332–1406)は，文明の進んだ都市生活者よりも素朴な砂漠の遊牧民の中に，人間と

してのすぐれた素質が保持されるとしたアラブの歴史家である。王朝は，３世代120年の寿命を越えることはないとも言う。バダウ(砂漠)的生活とハダル(都市)的生活を対比させながら，文明は，進歩にともなって一方に必ず毒素を発生，堆積させ，やがて，それが社会を腐敗させ，崩壊させてしまう。これが歴史の辿る運命であると言う。その過程で連帯意識が希薄化し，やがて消滅してしまうからであると言う。

まず，習慣的消費の蓄積が消費資本ストックとして現行の消費水準，効用水準に影響を与えるところでの合理的消費選択の行動のあり方とその安定性が展望された。

連帯意識が消滅し個別化した文明の進んだ都市生活者の消費形態の１つとも考えられる中毒性ないし中毒財に対する消費も，合理的選択行動のそれであると位置づける議論がある。合理的中毒性（rational addiction）のそれである。

合理的中毒性の枠組の中で，まず，１財の消費蓄積が２つの消費資本ストックをもたらす非財特定消費資本の場合について，安定解が特定され，そこでも消費資本ストックに関して隣接補完性および遠隔補完性がしたがう可能性が確かめられた。

次に，習慣的消費蓄積にともない，現行消費水準を上昇させる正のフィード･バックが作用する一方で，飽和状態にともない閾値として現行消費を抑制する負のフィード･バックが作用する情況の下で，体系の安定性が S 字型消費函数が援用される場合について確められた。内生変数としての閾値ストックの調整速度と軌を一にする習慣蓄積の減耗率の変化の下での安定領域が特定された。

上の議論における合理性は，指数的割引函数の適用と同義であった。他の形態の割引函数の適用化が，上の議論にもたらし得る変更の可能性をみることは，我々の議論の興味深い発展化の方向の一つであろう。

References

［１］ G. S. Becker, “Habits, Addictions and Traditions,” *Kyklos*, 45, 3, 1992.

［２］ ————, M. Grossman, and K. M. Murphy, “Rational Addiction and the Effect of Price on Consumption,” *American Economic Review Papers and Proceedings*, 81, 2, 1991.

［３］ ————, and K. M. Murphy, “A Theory of Rational Addiction,” *Journal of Political Economy*, 96, 4, 1988.

［４］ R. F. Bordley, “Satiation and Habit Persistence (or the Dieter’s Dilemma),” *Journal of Economic Theory*, 38, 1986.

［５］ M. Boyer, “A Habit Forming Optimal Growth Model,” *International Economic Review*, 19, 1978.

［６］ ————, “Rational Demand and Expenditures Patterns under Habit Formation,” *Journal of economic Theory*, 31, 1983.

［７］ D. Cass, “Optimal Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation,” *Review of Economic Studies*, 32, 1965.

［８］ P. J. Cook, and G. Tauchen, “The Effect of Liquor Taxes on Heavy Drinking,” *Bell Journal of Economics*, 13, 1982.

［９］ E. J. Dockner, and G. Feichtinger, “Cyclical Consumption Patterns and Rational Addiction,” *American Economic Review*, 83, 1993.

［10］ P. Farrell, and V.R. Fuchs, “Schooling and Health : the Cigarette Connection,” *Journal of Health Economics*, 1, 1982.

［11］ G. Feichtinger, A. Prskawetz, W. Herold, and P. Zinner, "Habit Formation with Threshold Adjustment : Addiction May Imply Complex Dynamics," *Journal of Evolutionary Economics*, 5, 1995.

［12］ J. Hicks, *Capital and Growth*, Oxford University Press, 1965.

［13］ L. R. Iannaccone, "Addiction and Satiation," *Economic Letters*, 21, 1986.

［14］ T. C. Koopmans, "Stationary Ordinal Utility and Impatience,"*Econometrica*, 28, 1960.

［15］ I. Kubin, and A. Prinz, "Labor Supply with Habit Formation," *Economic Letters*, 75, 2002.

［16］ D. Léonard, "Market Behavior of Rational Addicts,"*Journal of Economic Psychology*, 10, 1989.

［17］ E. M. Lewit, and D. Coate, "The Potential for Using Excise Taxes to Reduce Smoking," *Journal of Health Economics*, 1, 1982.

［18］ ————, ————, and M. Grossman, "The Effects of Government Regulation on Teenage Smoking," *Journal of Law and Economics*, 24, 1981.

［19］ L. Ljungovist, and H. Uhlig, "Tax Policy and Aggregate Demand Management under Catching Up with the Joneses," *American Economic Review*, 90, 3, 2000.

［20］ H-W. Lorenz, *Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion*, Springer-Verlag, 1989.

［21］ L. Phlips, *Applied Consumption Analysis*, North Holland, 1974.

［22］ R. A. Pollak, "Habit Formation and Dynamic Demand Function," *Journal of Political Economy*, 4, 1, 1970.

［23］ H. E. Ryder, Jr., and G. M. Heal, "Optimal Growth with Intertemporally Dependent Preferences," *Review of Economic Studies*, 40, 1973.

［24］ P. A. Samuelson, "Turnpike Theorems Even Though Tastes are Intertemporally Dependent," *Western Economic Journal*, 9, 1971.

［25］ A. Seckin, "Consumption-Leisure Choice with Habit Formation," *Economic Letters*, 70, 2001.

［26］ F. Spinnewyn, "Rational Habit Formation," *European Economic Review*, 15, 1981.

［27］ G. J. Stigler, and G. S. Becker, "De Gustibus Non Est Disputandum," *American Economic Review*, 67, 1977.

［28］ R. H. Strotz, "Myopia and Inconsistency in Dynamic Utility Maximization," *Review of Economic Studies*, 23, 1956.

［29］ J. L. Townsend, "Cigarette Tax, Economic Welfare and Social Class Patterns of Smoking," *Applied Economics*, 19, 1987.

［30］ M. C. M. Vendrik, "Habits, Hysteresis and Catastrophes in Labor Supply," *Journal of Economic Behavior and Organization*, 20, 1993.

［31］ V. Volterra, *Theory of Functionals, and of Integral and Integro-Differential Equations*, Dover, 1959.

［32］ G. C. Winston, "Addiction and Backsliding : A Theory of Compulsive Consumption," *Journal of Economic Behavior and Organization*, 1 , 1980.