Economic Bulletin of Senshu University
Vol. 48, No. 3, 123-145, 2014

需要不確実性下における独占企業の投資と在庫*

中島　　巖**

＜要約＞

自らの生産物に対する需要が不確実なそれである生産企業がその生産物市場で独占力を行使し得る独占企業であるところで，かかる不確実性が企業の生産活動にもたらす効果が検討される。このとき，独占企業は，価格−産出量設定型の行動様式を選択するものと想定される。

独占企業の生産物は在庫可能なそれであり，産出量と販売量の差として在庫が定義されるものとする。このとき，需要不確実性は在庫に大きな意味を与えることになる。ここで，不確実性は，連続的確率過程にしたがって変動する系列無相関な確率変数によって表わされる。

まず，独占企業の生産過程が費用函数で特定されるとき，在庫−産出量空間に，右下りの定常産出量経路と水平の定常在庫経路が定常均衡を導く。このとき，不確実性の存在化は定常産出量経路を右方にシフトさせ，在庫水準のみが上昇する新たな定常均衡を導く。さらに，非負制約の下で，在庫は限界収入の上昇率に上限を設定する作用を成すことが帰結される。

次に，独占企業の生産過程が生産函数で特定され，投資を通じて資本蓄積が促されるとき，投資に際しての調整費用の形状が重要な役割を演ずる。形状に関する妥当な想定の下で，在庫水準と独立に資本−投資空間に，右下りの定常投資経路と右上りの定常資本経路が定常均衡を導く。不確実性の存在化は，定常投資経路を右方にシフトさせ，投資と資本を増加させる新たな定常均衡を導く。非負制約下の在庫が，再び，限界収入の上昇率に上限を設定する作用を成す構造が保持される。

JEL 区分：D21，D42，D81
キーワード：需要不確実性，価格−産出量設定型独占企業，在庫，投資調整費用

序

1980年前後に，非伸縮的価格（sticky price）の現象を，当該生産物に関する需要不確実性の作用を受ける独占企業の産出量と在庫量の変動の関連の中に位置づける試みがなされた。（例えば，Mac-

＊　本稿はマクロ経済学のミクロ的基礎への展開を意図するものではないが，かかる方向への展開化は可能である。

＊＊　専修大学名誉教授

cini〔14〕, Blinder＝Fischer〔3〕, Phlips〔19〕, Schutte〔21〕, Zabel〔23〕等参照。）

Blinder〔1〕は，離散型経済を想定し，不確実性が離散型確率過程の第1次自己回帰過程（AR(1)—first-order autoregressive process）にしたがって変動するところで，価格–産出量設定型独占企業の最適価格，最適産出量の関係についていくつかの結論を導いた。例えば，不確実性が一時的かつ在庫管理費用が小さいほど，同価格，産出量の不確実に対する反応度は小さくなることを示したごとくである。

上の Blinder, *op. cit.,* の議論は，景気循環（business cycle）における在庫の役割への注意を促し，在庫水準と産出量の平滑化（smoothing）の議論の活発化を誘った。（例えば，Eichenbaum〔7〕, Blinder〔2〕, Miron＝Zeldes〔16〕, Fair〔8〕等参照。）

ところで，独占企業の行動様式としての価格設定型と産出量設定型の差異は，需要と供給の齟齬の解決を産出量，価格のいずれに委ねるかのそれに帰着するとする立場がある。均衡論の立場である。（例えば，Leland〔12〕, Nielsen〔18〕等参照。）

価格非伸縮性（price inflexibility）を強調し，生産物に対する需要が価格と，確率で測った購入実現度とに依存することを主張する立場がある。このとき，市場均衡化（market clearing）は，購入を実現し得なかった購入者の存在を排除するものではない。不均衡論の立場である。（例えば，Carlton〔4〕, Gould〔10〕等参照。）

上の議論を通じて，需要不確実性の取扱いに関して一様ではなく，問題ごとに使い分ける御都合主義が見受けられる。Pindyck〔20〕は，産出量設定型独占企業の投資決定の問題に連続的確率過程の適用を図った。

本稿の我々の目的は，連続的確率過程にしたがう確率変数が需要に作用を及ぼす情況下で，価格–産出量設定型の独占企業の在庫のあり方とその産出量ないし投資量に及ぼす効果をみることにある。

まず，次節では，Blinder, *op. cit.,* の離散モデルを連続化したところで鞍点安定的定常均衡体系の存在性を確認した後，独占企業の生産過程が費用函数で特定されるところでの在庫のあり方とその産出量にもたらされる効果をみる。第2節では，資本蓄積の可能性を導入し，生産過程が生産函数で特定されるところでの投資と在庫のあり方をみる。最後に，若干の結論的言及がなされる筈である。

なお，本稿は最終稿ではない。

第1節　費用函数と在庫過程

1. 鞍点安定的定常均衡——予備的考察

本節では，費用函数で特定される生産過程をもち，生産物価格と産出量を決定する価格–産出量設定型行動様式をとる独占企業の在庫のあり方をみる。

本項では，独占企業の生産物に対する需要が不確実性の作用を受けない確実性下における価格–産出量設定型行動様式をとる独占企業の在庫のあり方をみる。

Leland〔12〕は，事前･事後分析（ex ante–ex post analysis）の枠組の中で，独占企業の行動様式とそこでの制御変数のあり方を区分する試みを提示した。

いま，独占企業の生産物に対する需要(ないし販売量)を q,[1]価格を p，産出量を X，さらに，需要に作用する不確定要因を表わす確率変数を θ とするとき，これら変数が満たさなければならない制約条件

$$f(p, q, \theta) = 0 \tag{1}$$

$$q \leq X \tag{2}$$

の下で，企業の利潤 π

$$\pi = p \cdot q - C(X) - F \tag{3}$$

が定義される。ただし，$C(X)$は，生産の変動費用であり，F は固定費用である。

確率変数 θ の解決前を事前，解決後を事後と呼ぶとき，行動様式と制御変数の関係は，**第1表**に示される。[2]

ここで，独占企業が(期待)利潤の最大化を図るものとすると，各行動様式の下で，企業の問題は，それぞれ,(1),(2)式の制約の下で

$$\text{(A)} \quad \max_{p, X, q} \pi(p, q, X) \tag{4}$$

$$\text{(B)} \quad \max_{X} E\left\{\max_{p, q} \pi(p, q, X)\right\} \tag{5}$$

$$\text{(C)} \quad \max_{p} E\left\{\max_{X, q} \pi(p, q, X)\right\} \tag{6}$$

$$\text{(D)} \quad \max_{p, X} E\left\{\max_{q} \pi(p, q, X)\right\} \tag{7}$$

で表わされる。ただし，E は期待値オペレータである。

事前･事後分析においては，双対性接近法（duality approach）が適用可能となる。(5),(6),(7)式の{　}内の最大化は，それぞれ $X, p, (p, X)$が先決値として仮設されたところでの事後のそれである。その解を利潤函数 π に代入すれば，先決値に相対的な間接函数（indirect function）である変動利潤函数（variable profit function）Π がしたがう。(5)式を例にとれば

$$\max_{p, q} \pi(p, q, X) = \pi(p^*, q^*, X) \equiv \Pi(X) \tag{8}$$

Behavioral Mode	*Ex Ante* Controls	*Ex Post* Controls
A.　Certainty	——	p, X, q
B.　Quantity Setting	X	p, q
C.　Price Setting	p	X, q
D.　Price/Quantity Setting	p, X	q

第1表

がしたがう。したがって，X に関する最大化は，$\Pi(X)$ の X に関するそれとなる。かかる手続は，後向き帰納法（backward induction）のそれに他ならない。時間視野が有限であり最終時点 T が設定可能なとき，かかる後向き帰納法は適用可能となるが，時間視野が無限で最後時点 T が設定し得ないとき，適用不能となる。さらに，事後の市場が想定されないところで，産出量と販売量の乖離差は在庫（inventory）を構成する。

まず，需要に対し不確実性が作用しない確実性下における行動様式 A が妥当するところでの在庫のあり方をみる。

さて，独占企業の生産物に対する需要函数は線型を成し

$$p(q)=\frac{a_0}{a}-\frac{q}{2a},\ \ a_0, a>0 \tag{9}$$

で表わされるものとする。ただし，$a_0, a\,(>0)$ は定数である。したがって，逆需要函数

$$q(p)=2(a_0-ap) \tag{10}$$

がしたがう。

さらに，生産費用函数は 2 次函数を成し

$$C(X)=c_0+c_1X+\frac{1}{2c}X^2,\ \ c_0, c_1, c>0 \tag{11}$$

で表わされる。ただし，$c_0, c_1, c\,(>0)$ は定数である。また，在庫函数も 2 次函数を成し

$$B(N)=b_0+b_1N+\frac{b}{2}N^2,\ \ b_0, b_1, b>0 \tag{12}$$

で表わされる。ただし，$b_0, b_1, b\,(>0)$ は定数である。いま，在庫 N は産出量 X から販売量 q を減じた差であり，恒等式

$$\dot{N}=X-q \tag{13}$$

がしたがうものとする。

このとき，独占企業の瞬時的利潤は

$$\pi=pq(p)-C(X)-B(N) \tag{14}$$

で表わされる。

ここで，無限大の時間視野を想定し，各変数は連続で時間の函数であり，独占企業の現在と将来にまたがる利潤流列の割引現在価値は

$$\begin{aligned} V(0)&=\int_0^\infty \pi(t)e^{-rt}dt\\ &=\int_0^\infty \Big[\,p(t)q[p(t)]-C(X(t))-B(N(t))\,\Big]e^{-rt}dt \end{aligned} \tag{15}$$

で表わされるものとする。ただし，r は割引率である。

いま，独占企業が在庫に関する制約（(11)式）の下で上の利潤流列の割引現在価値を最大化するものとすると，当該価値 Hamilton 函数（current-value Hamiltonian）$\mathscr{H}$

$$\mathscr{H}(t)=e^{-rt}[p(t)q[p(t)]-C(X(t))-B(N(t))]$$
$$+\lambda(t)[X(t)-q[p(t)]] \qquad (16)$$

が定義される。$\lambda(t)$ は，在庫制約に関する Lagrange 乗数の役目をする助変数であり，在庫の影の価格（shadow price）を表わす。

独占企業が生産物価格と産出量を各瞬間毎に自由に選択し得るものとするとき，価格と産出量が満たすべき最大化の 1 階条件は，それぞれ

$$\frac{\partial \mathscr{H}}{\partial p}=0$$

or $\quad q(p)+pq'(p)-\lambda q'(p)=0 \qquad (17)$

$$\frac{\partial \mathscr{H}}{\partial X}=0$$

or $\quad -(c_1+\frac{X}{c})+\lambda=0 \qquad (18)$

で与えられる。ただし，時間変数は省略するものとする。

(17)式は，1 単位の価格引上げによる限界収入と需要減少にともなう在庫の影の価格で評価した限界費用が均等化しなければならないことを示唆している。

(18)式は，1 単位の産出量増加による限界費用と在庫の影の価格で評価した限界収入とが均等化しなければならないことを示唆している。

さらに，状態変数 N に対して

$$-\frac{\partial \mathscr{H}}{\partial N}=(\dot{\lambda}-r\lambda)e^{-rt}$$

or $\quad \dot{\lambda}=r\lambda+b_1+bN \qquad (19)$

がしたがわなければならない。(17), (18), (19)式の関係は，**図-1**に示される。

ここで，定常状態（steady state）（$\bar{X}=\bar{q},\bar{p},\bar{N},\bar{\lambda}$）の周りに上の均衡体系を線型近似しよう。

(13), (18)式から，それぞれ

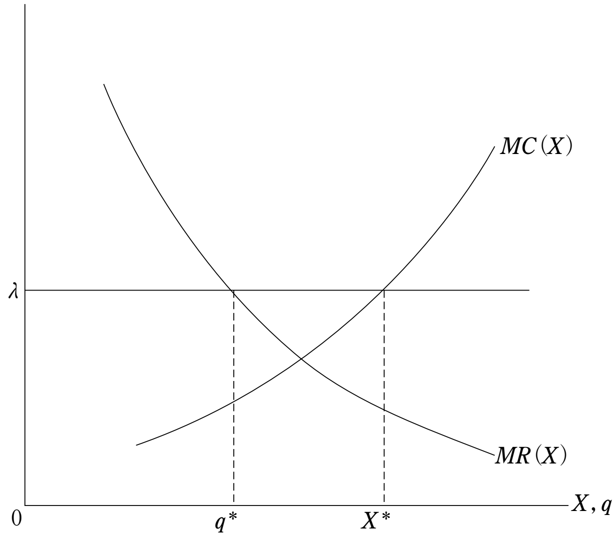
$$X-\bar{X}=c(\lambda-\bar{\lambda}) \qquad (20)$$

$$\dot{N}=(X-\bar{X})-(q-\bar{q}) \qquad (21)$$

がしたがう。しかるに，(10)式から

$$q-\bar{q}=-2a(p-\bar{p}) \qquad (22)$$

がしたがう。ここで，(9)式を想起すれば



図－1

$$p-\bar{p}=\frac{1}{2}(\lambda-\bar{\lambda}) \tag{23}$$

を得る。(20), (22), (23)式を(21)式に代入すれば

$$\begin{aligned}\dot{N}&=c(\lambda-\bar{\lambda})+2a(p-\bar{p})\\&=c(\lambda-\bar{\lambda})+a(\lambda-\bar{\lambda})\\&=(c+a)(\lambda-\bar{\lambda})\end{aligned} \tag{24}$$

を得る。

さらに，(19)式から

$$\dot{\lambda}=r(\lambda-\bar{\lambda})+b(N-\bar{N}) \tag{25}$$

がしたがう。

以上から，線型近似均衡体系は

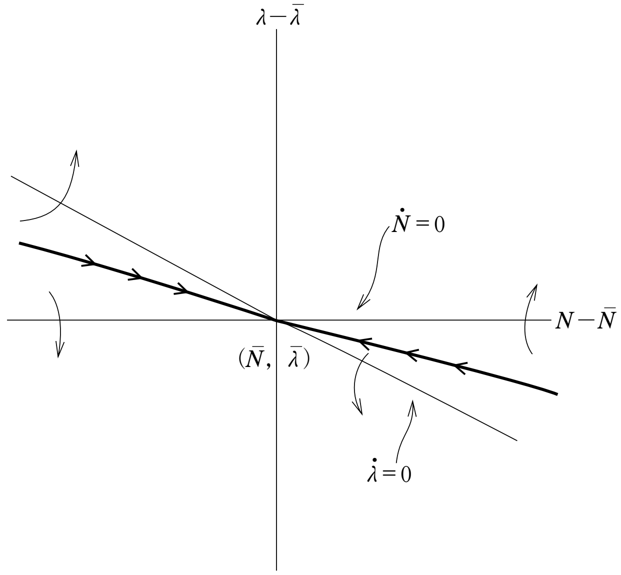
$$\dot{N}=(c+a)(\lambda-\bar{\lambda}) \tag{26}$$

$$\dot{\lambda}=b(N-\bar{N})+r(\lambda-\bar{\lambda}) \tag{27}$$

に帰着する。行列表示すれば

$$\begin{pmatrix}\dot{N}\\ \dot{\lambda}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & c+a\\ b & r\end{pmatrix}\begin{pmatrix}N-\bar{N}\\ \lambda-\bar{\lambda}\end{pmatrix} \tag{28}$$

を得る。ここで，上の係数要素から成る Jacobian 行列を J とすれば，直ちに，行列 J について



図－2

$$\mathrm{tr}(J)=\rho_1+\rho_2=r>0 \tag{29}$$

$$\det(J)=\rho_1\rho_2=-(c+a)b<0 \tag{30}$$

がしたがう。ここで，ρ_1, ρ_2は行列Jの特性方程式

$$|\rho I-J|=0 \tag{31}$$

を解く特性根であり，(29)，(30)式の符号は，ρ_1, ρ_2が反対符号をもつことを意味し，このとき，体系が鞍点安定的（saddle-point stable）なそれとなり，定常状態（$\bar{N}, \bar{\lambda}$）に収束する安定多様体（stable manifold）をもつことが示唆される[3)]。（**図-2**参照。）このとき，在庫はゼロとなる。

2. 連続的確率過程と在庫

本項では，無限大の時間視野の下で，各変数が時間の連続変数であり，生産物に対する需要に連続的確率過程にしたがう確率変数が作用するところでの価格–産出量設定型行動様式をとる独占企業の在庫のあり方をみる。

さて，独占企業の生産物の需要に確率変数$\theta(t)$が作用するものとし，逆需要函数を

$$q=q[p, \theta(t)] \tag{32}$$

で表わそう。ただし，qは$p, \theta(t)$に対し線型を成し，$\partial q/\partial p<0$，$\partial q/\partial\theta(t)>0$がしたがい，$\theta(t)$は連続的確率過程

$$d\theta=\sigma(\theta)\,dz=\sigma(\theta)\,\varepsilon(t)\sqrt{dt} \tag{33}$$

にしたがって変動するものとする。ここで，$\varepsilon(t)$は，平均ゼロ，分散１をもつ，すなわち，$z(t)$がwiener 過程にしたがう系列無相関な確率変数である。[4)]

このとき，現時点の需要は既知であるが，需要に関する不確実性は時間とともに増大し，需要は連続的に変動していくことになる。

さて，企業の瞬時的利潤は

$$\pi(t)=pq(p,\theta)-C(X)-B(N) \tag{34}$$

で表わされる。時間要素は省略するものとする。

さらに，在庫の変動は

$$dN=[X-q(p,\theta)]\,dt \tag{35}$$

で表わされる。

ここで，需要不確実性に直面する独占企業は，上の在庫制約((35)式)の下で利潤流列の割引現在価値の期待期を最大化すべく価格と産出量を選択する，すなわち，前項の行動様式Ｄに準じるものとする。企業の問題は

$$\max_{p,X} E_0\int_0^{\infty}\pi(t)\,e^{-rt}dt$$

$$s.t.\quad dN=[X-q(p,\theta)]\,dt \tag{36}$$

で表わされる。

しかるに，ここで，確率動的計画法（stochastic dynamic programming）を適用すれば，状態評価函数（value function）

$$J=J(N,\theta,t)=\max_{p,X} E_t\int_t^{\infty}\widehat{\pi}(t)\,dt \tag{37}$$

が定義される。ただし，$\widehat{\pi}(t)=\pi(t)\,e^{-rt}$ である。

いま，積分を時間間隔 $\varDelta t$ で分割すれば

$$\begin{aligned} J(N,\theta,t)&=\max_{p,X} E_t\int_t^{t+\varDelta t}\widehat{\pi}(\tau)\,d\tau+\max_{p,X}\int_{t+\varDelta t}^{\infty}\widehat{\pi}(\tau)\,d\tau \\ &=\max_{p,X} E_t\left\{\int_t^{t+\varDelta t}\widehat{\pi}(\tau)\,d\tau+J(N(t+\varDelta t),\theta(t+\varDelta t),t+\varDelta t)\right\} \\ &=\max_{p,X}\left\{\widehat{\pi}(t)\varDelta t+E_t[J(N(t+\varDelta t),\theta(t+\varDelta t),t+\varDelta t)]\right\} \end{aligned} \tag{38}$$

がしたがう。しかるに，$E_t[J(N(t+\varDelta t),\theta(t+\varDelta t),t+\varDelta t)-J(N(t),\theta(t),t)]=E_t\varDelta J$ となるから，(38)式は，さらに

$$J(N,\theta,t)=\max_{p,X}\left[\,\pi(t)\varDelta t+J(N,\theta,t)+E_t\varDelta J\,\right] \tag{39}$$

と表現し直される。いま，(39)式の両辺から$J(N,\theta,t)$を減じ，Δtで除し，$\Delta t\to 0$とすれば，その極限dtに対して

$$0=\max_{p,X}\left[\,\hat{\pi}(t)+\frac{1}{dt}E_t\,dJ\,\right] \tag{40}$$

がしたがう。(40)式は，Bellman 方程式（Bellman equation）に相当する。

ここで，伊藤補題（Ito's lemma）を適用し，$(dt)^2=0,(d\theta)^2=dt$を考慮し，高次項を無視すれば，

$$\begin{aligned}dJ&=J_N dN+J_\theta d\theta+J_t dt+\frac{1}{2}J_{NN}(dN)^2+\frac{1}{2}J_{\theta\theta}(d\theta)^2\\&=J_N(X-q(p,\theta))dt+J_\theta\sigma(\theta)dz+J_t dt+\frac{1}{2}J_{\theta\theta}\sigma^2(\theta)dt\end{aligned} \tag{41}$$

を得る。いま，(41)式の両辺の期待値をとり$(1/dt)$を乗ずれば

$$\left(\frac{1}{dt}\right)E_t\,dJ=\left[\;(X-q(p,\theta))J_N+J_t+\frac{1}{2}J_{\theta\theta}\sigma^2(\theta)\;\right] \tag{42}$$

がしたがう。(42)式を(40)式に代入すれば，(40)式は

$$0=\max_{p,X}\left[\,\hat{\pi}(t)+(X-q(p,\theta))J_N+J_t+\frac{1}{2}\sigma^2(\theta)J_{\theta\theta}\,\right] \tag{43}$$

と書き改められる。(43)式は，各瞬間毎にp,Xを利潤流列の割引現在価値の期待値と当該期利潤とが丁度相殺されるべく価格と産出量が選択されなければならないことを要請している。

さて，(43)式の最大化を実行しよう。

まず，価格pについて

$$MR(p,\theta)-q_p(p,\theta)J_N+(X-q(p,q))J_N p+J_t p+\frac{1}{2}\sigma^2(\theta)J_{\theta\theta}p=0 \tag{44}$$

が満たされなければならない。ただし，$MR(p,\theta)=q(p,\theta)+pq_p(p,\theta)$である。(44)式は，１単位の価格引上げの限界収入とそれにともなう在庫変動の限界費用の均等化を要請している。

次に，産出量Xについて

$$-C'(X)+J_N=0 \tag{45}$$

が満たされなければならない。(45)式は，１単位の産出量の増加の限界費用と在庫の非割引影の価格が均等化することを要請している。

ここで，(44),(45)式を(43)式に代入すれば，$J(N,\theta,t)$に対する偏微分方程式（partial differential equation）がしたがうが，一般に明示的な解を導くことは難しい。

いま，Bellman 方程式((43)式)に状態変数Nに関する包絡面定理（envelope theorem）を適用すれば

$$\frac{\partial\hat{\pi}}{\partial N}+J_{tN}+J_N+(X-q(p,\theta))J_{NN}+\frac{1}{2}\sigma^2(\theta)J_{\theta\theta N}=0 \tag{46}$$

を得る。ここで，(42)式を想起すれば

$$\frac{\partial \hat{\pi}}{\partial N}+J_N=\left(\frac{1}{dt}\right)E_t dJ_N=0 \tag{47}$$

がしたがう。さらに，(45)式を考慮すれば，(47)式は

$$-\left(\frac{1}{dt}\right)E_t\frac{\partial \hat{\pi}}{\partial X}=\left(\frac{1}{dt}\right)E_t dJ_N \tag{48}$$

を得る。(45),(47),(48)式を結合し，J_N を消去すれば

$$\left(\frac{1}{dt}\right)E_t\frac{\partial \hat{\pi}}{\partial X}=\frac{\partial \hat{\pi}}{\partial N}+\frac{\partial \hat{\pi}}{\partial X} \tag{49}$$

がしたがう。

(49)式は，変分法（calculus of variation）における Euler 方程式（Euler equation）の確率版であり，生産の限界費用と在庫の限界費用の和が利潤流列の割引現在価値の期待値のタームの限界便益に均等化しなければならないことを意味している。

しかるに，$\hat{\pi}(t)=\pi(t)e^{-rt}$ を想起すれば

$$\frac{\partial \hat{\pi}}{\partial N}=-B'(N)e^{-rt} \tag{50}$$

$$\frac{\partial \hat{\pi}}{\partial X}=-C'(X)e^{-rt} \tag{51}$$

$$\left(\frac{1}{dt}\right)E_t d\left(\frac{\partial \hat{\pi}}{\partial X}\right)=\left(\frac{1}{dt}\right)E_t d\left(-C'(X)e^{-rt}\right) \tag{52}$$

がしたがうから，(50),(51),(52)式を(49)式に代入し，両辺を e^{-rt} で除せば

$$rC'(X)-\left(\frac{1}{dt}\right)E_t dC'(X)=MR(p)-B'(N) \tag{53}$$

がしたがう。

いま，$dC'(X)$ を展開し，高次項を無視すれば

$$dC'(X)=C''(X)dX+\frac{1}{2}C'''(X)(dX)^2 \tag{54}$$

がしたがう。しかるに，産出量 X の最適経路は $X=X^*(N,\theta)$ となるから，dX を展開すれば

$$E_t[(dX)^2]=X_\theta^2 E_t[(d\theta)^2]=\sigma^2(\theta)X_\theta^2 dt \tag{55}$$

が導かれ，したがって

$$E_t dC'(X)=C''(X)E_t dX+\frac{1}{2}\sigma^2(\theta)X_\theta^2 C'''(X)dt \tag{56}$$

がしたがう。(56)式を(54)式に代入すれば

$$\left(\frac{1}{dt}\right)E_t dX=\frac{1}{C''(X)}\left\{rC'(X)-MR(p)+B'(N)-\frac{1}{2}\sigma^2(\theta)X_\theta^2 C'''(X)\right\} \tag{57}$$

を得る。ここで，$(1/dt)E_t dX=0$とすれば

$$\frac{dX}{dN}=\frac{B''(N)}{\frac{1}{2}\sigma^2(\theta)X_\theta^2 C''''(X)-rC''(X)} \tag{58}$$

を得る。(58)式の符号は，一般に確定しないが，$C''''<0$ ならば，分母<0 となり，$dX/dN<0$，したがって，(57)式は，$N-X$ 座標に右下りの曲線を描き，不確実性が高まる，すなわち$\sigma(>0)$が増大するにつれ，曲線は右上方にシフトし，勾配は緩やかになることが確かめられる。他方，(45)式から，$dN=0$ は，直ちに $dX/dN=0$ がしたがい N 座標に平行な直線を描く。

次に，上と同様の議論を適用すれば，(44), (46)式より

$$\left(\frac{1}{dt}\right)E_t d\left(\frac{\partial\hat{\pi}}{\partial p}\right)=q_p\frac{\partial\hat{\pi}}{\partial N} \tag{59}$$

がしたがう。しかるに

$$E_t d\left(\frac{\partial\hat{\pi}}{\partial p}\right)=E_t dMR(p)e^{-rt} \tag{60}$$

がしたがい，さらに，(50)式を想起すれば

$$\left(\frac{1}{dt}\right)E_t dMR(p)=rMR(p)-q_p B'(N) \tag{61}$$

がしたがう。

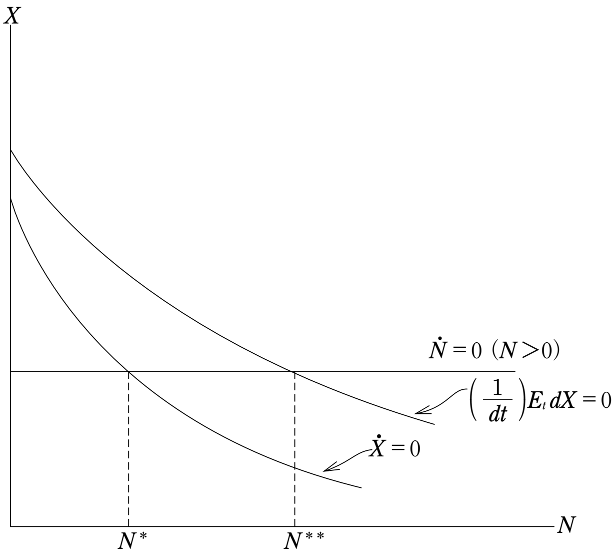
ここで，在庫に非負制約$(N\geq0)$を設ければ，(61)式は

$$\left(\frac{1}{dt}\right)E_t dMR(p)\leq rMR(p)-q_p B'(N) \tag{62}$$

と書き改められる。$N>0$ のとき等号が，$N=0$のとき不等号が妥当する。(62)式は，在庫が限界収入の上昇率に上限を設定することを示唆している。

以上から，$C''''(X)<0, N>0$ のとき，$\left(\frac{1}{dt}\right)E_t dX=0, dN=0$ の等傾線の動学が**図-3**に示される。このとき，需要不確実性の増大化は，産出量は変化させず在庫量の増大化を促すことが帰結される。

1） Leland，*op.cit.*, においては，需要量と販売量は別変数とみなされる。
2） ここでの議論は，均衡論に立つそれである。事後（ex post）における制御変数は，均衡実現への調整の役割を担うべく予定されている。
3） Blinder，*op.cit.*, の議論は，AR(1)にしたがう確率変数の期待値の分だけ $\dot{N}=0$を $N-\bar{N}$ に平行にシフトされるそれであると翻案することができる。
4） 上の確率過程に関して，例えば，Chow〔5〕, Kushner〔11〕, Merton〔15〕, Dixit＝Pindyck〔6〕等参照。



図－3

第 2 節　生産函数と在庫過程

1. 確定性下の投資と在庫

本節では，生産函数によって特定される生産過程をもち，労働投入量と資本蓄積のための投資量を選択することによって産出量を決定すると共に価格を決定する価格–産出量設定型行動様式をとる独占企業の投資と在庫のあり方をみる。

本項では，独占企業の生産物に対する需要が不確実性の作用を受けない確定性下における在庫のあり方をみる。

さて，独占企業の生産物に対する需要は不確実性の作用を受けず，逆需要函数は

$$q=q(p) \tag{63}$$

で表わされ，再び，線型を成し $q'(p)<0$ を満たすものとする。

次に，独占企業の生産物の産出量 X は，生産函数

$$X=F(K,L) \tag{64}$$

で与えられるものとする。ただし，K は資本蓄積量，L は労働投入量であり，生産函数 F は準凹函数（quasi concave production Function）を成し，$F_K, F_L>0$，$F_{KK}, F_{LL}<0$，および $F_{KK}F_{LL}-(F_{KL})^2>0$，さらに，$F_{KL}>0$ が満たされるものとする。

さらに，独占企業の資本蓄積量 K は投資量 I に依存し，その動的過程は

$$\dot{K}=I-\delta K \tag{65}$$

で与えられるものとする。ただし，δ は，資本減耗率であり，一定であるものとする。

しかるに，労働は自由に調整の利く要素であるのに対し，資本は準固定的（quasi fixed），すなわち，その購入と設備設置に際して，それぞれ購入単価 v による vI の購入費用と調整費用（adjustment costs）$C(I)$がともなうものとする。[5)] 後者の具体例としては，資本設備の設置，設備操作のための労働者訓練に関わる費用が妥当する。ここで，$C(0)=0, I>(<)0$に対して $C'(I)>(<)0$，$C''(I)>0$が仮定される。$C''(I)>0$の仮定は，調整に時間が必要とされ，資本蓄積を急げば急ぐほど費用が嵩むことを意味している。

また，在庫量 N の動的過程は

$$\dot{N}=X-q(p) \tag{66}$$

で与えられるものとする。このとき，在庫保有は，$B(N)$の在庫費用をともない，$B'(N)>0$，$B''(N)>0$，すなわち，$B(N)$が逓増函数を成すことは前節におけると同様である。

ところで，以下の議論との対比のために，生産物が在庫不能である場合を想定しよう。[6)] このとき，企業は，価格設定より販売量設定の行動様式をとることが妥当となる。売上収入は，逆需要函数ではなく需要函数 $p(q)$によって $p(q)q$ で表わされ，販売量 $q=F(K,L)$がしたがう。

このとき，企業の瞬時的利潤は

$$\pi(t)=p(q)q-wL-vI-C(I) \tag{67}$$

で表わされる。ただし，w は賃金率で一定であるものとする。いま，企業が利潤流列の割引現在価値を労働投入量，そして投資量に関して最大化するものとすると，問題は，

$$\max_{L,I}\int_0^\infty \pi(t)e^{-rt}dt \tag{68}$$

で表わされ，当該期価値 Hamilton 函数

$$\mathscr{H}(t)=e^{-rt}[(p(q)q-wL-vI-C(I))+\mu(I-\delta K)] \tag{69}$$

がしたがう。ただし，μ は資本の影の価格を与える助変数である。

まず，労働投入量に関する 1 階条件は

$$\frac{\partial\mathscr{H}}{\partial L}=0$$

$$\text{or}\quad MR\cdot F_L-w=0 \tag{70}$$

で与えられる。ただし，$MR=p(q)+qp'(q)$であり，限界収入を与える。

次に，投資量に関する 1 階条件は

$$\frac{\partial\mathscr{H}}{\partial I}=0$$

$$\text{or}\quad v+C'(I)-\mu=0 \tag{71}$$

で与えられる。

さらに，状態変数 K について

$$-\frac{\partial \mathscr{H}}{\partial K} = \dot{\mu} - r\mu$$

$$\text{or} \quad \dot{\mu} = r\mu - MR \cdot F_K + \mu\delta \tag{72}$$

が満たされなければならない。

しかるに，(71)式から

$$\dot{\mu} = C''(I)\dot{I} \tag{73}$$

がしたがうから，(71)，(72)式を代入すれば

$$\dot{I} = \frac{(v + C'(I))(r + \delta) - MR \cdot F_K}{C''(I)} \tag{74}$$

がしたがう。

さて，ここで，生産物が在庫可能であるものとすれば，企業の瞬時的利潤は，逆需要函数 $q(p)$，産出量 $X = F(K, L)$ を用いて

$$\pi(t) = pq(p) - wL - vI - C(I) - B(N) \tag{75}$$

で与えられ，企業の問題は，

$$\max_{p, L, I} \int_0^\infty \pi(t) e^{-rt} dt \tag{76}$$

で表わされ，当該期価値 Hamilton 函数

$$\mathscr{H}(t) = e^{-rt}[(pq(p) - wL - vI - C(I) - B(N)) + \mu(I - \delta K) + \xi(X - q(p))] \tag{77}$$

がしたがう。ただし，ξ は，在庫に関する影の価格を与える助変数である。

まず，価格に関する 1 階条件は

$$q(p) + pq'(p) - \xi q'(p) = 0 \tag{78}$$

$$\text{or} \quad MR(p) - \xi q'(p) = 0 \tag{79}$$

で与えられ，労働投入量に関するそれは，

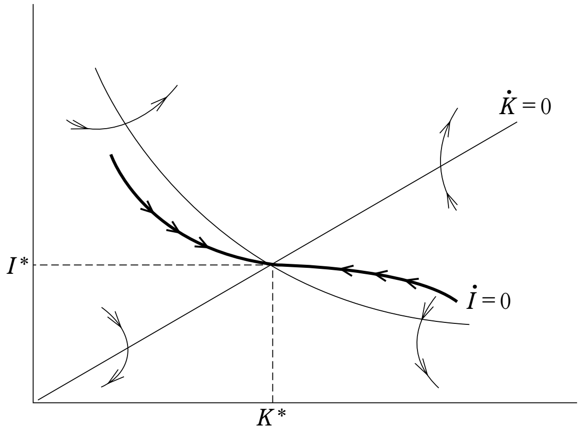
$$-w + \xi F_L = 0 \tag{80}$$

で与えられ，投資量に関するそれは

$$-(v + C'(I)) + \mu = 0 \tag{81}$$

で与えられる。

さらに，状態変数の資本量 K，在庫 N について，それぞれ



図－4

$$\dot{\mu}=(\delta+v)\mu-\xi F_K \tag{82}$$

$$\dot{\xi}=r\xi+B'(N) \tag{83}$$

が満たされなければならない。

ここで，投資と資本の動学をみておこう。(81)式から

$$C''(I)\dot{I}=\dot{\mu} \tag{84}$$

がしたがい，(82)式を考慮すれば

$$\dot{I}=\frac{(\delta+r)(v+C'(I))-(MR(p)/q_p)F_K}{C''(I)} \tag{85}$$

を得る。しかるに，$\dot{I}=0$とすれば，直ちに，

$$\frac{dI}{dK}=\frac{(MR(p)/q_p)F_{KK}}{(\delta+r)C''(I)}(<0) \tag{86}$$

がしたがい，等傾線$\dot{I}=0$は$K-I$座標に右下りの曲線を描く。他方，(65)式において，$\dot{K}=0$とすれば，

$$\frac{dI}{dK}=\delta(>0) \tag{87}$$

がしたがい，等傾線$\dot{K}=0$は原点から発し，傾きδを持つ右上りの直線を描く。(86),(87)式はIとKの動学を与え，**図-4**に示される。

しかるに，(85)式は，上の在庫不能の場合における(74)式と同様に在庫過程から独立であり，さらに，販売量設定型と価格設定型の行動様式の違いにも関らず形式的に一致し，したがって，同様の投資と資本の動学を導くことが帰結される。

また，(79)式から

$$\dot{MR}(p)-\dot{\xi}q'(p)=0 \tag{88}$$

がしたがう[7]。ただし，$\dot{MR}(p)=\partial MR(p)/\partial t$ である。ここで，在庫に非負制約$(N\geq 0)$を設けよう。(80)，(83)式を考慮すれば，(88)式は，

$$\dot{MR}(p)\leq q'(p)\left[r\frac{w}{F_L}+B'(N)\right]=rMR(p)+q'(p)B'(N) \tag{89}$$

と書き改められる。(89)式において，$N>0$ のとき等号がしたがい，$N=0$ のとき不等号がしたがう。

さて，(80)式から

$$\dot{\xi}F_L+\xi F_{LL}\dot{L}=0 \tag{90}$$

がしたがう。(80)，(83)式を考慮すれば，

$$\dot{L}=-\frac{F_L}{wF_{LL}}\left[r\frac{w}{F_L}+B'(N)\right] \tag{91}$$

がしたがう。いま，$\dot{L}=0$ とすれば

$$\frac{dL}{dN}=\frac{(F_L)^2B''(N)}{rwF_{LL}}<0 \tag{92}$$

がしたがい，等傾線 $\dot{L}=0$ は，$N-L$ 座標に右下りの曲線を描く。他方，(66)式において，$\dot{N}=0$ とすれば，直ちに $dL/dN=0$ がしたがい，等傾線 $\dot{N}=0$ は N 軸と平行な直線を描く。しかるに，在庫の非負制約$(N\geq 0)$を想起すれば，$\dot{L}=0, \dot{N}=0$ の動学は，$N>0$ のとき内点解$(N^*(>0), L^*)$を与え，$N=0$ のときコーナー解$(N^*=0, L^*)$を与える。かかる関係は，**図-5-(a)，(b)**に示される。

2. 需要不確実性下の投資と在庫

本項では，独占企業の生産物に対する需要が連続的確率過程にしたがう確率変数の作用を受けるところでの投資と在庫のあり方をみる。

さて，独占企業の生産物に対する逆需要函数は，再び，価格 p と確率変数 $\theta(t)$ に対し線型を成し

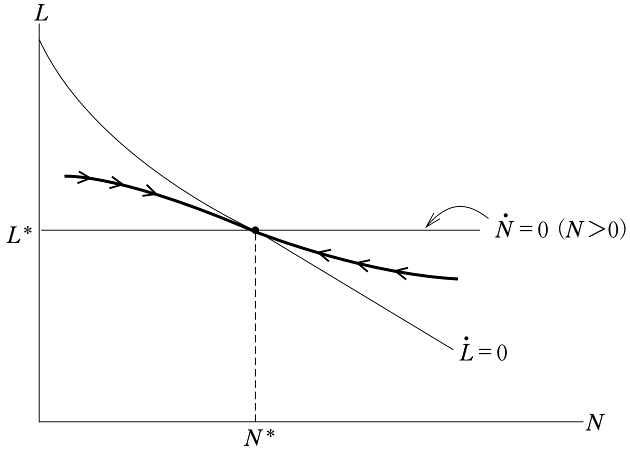
$$q=q[p,\theta(t)] \tag{93}$$

で表わされ，$\theta(t)$ は連続的確率過程

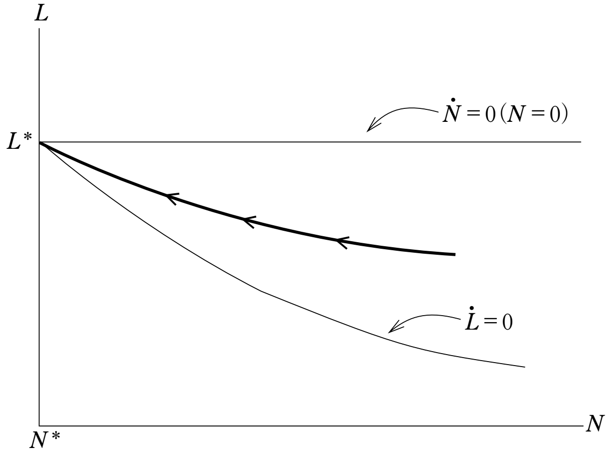
$$d\theta=\sigma(\theta)dz=\sigma(\theta)\varepsilon(t)\sqrt{dt} \tag{94}$$

にしたがって変動するものとし，$\varepsilon(t)$ は平均ゼロ，分散 1 をもつ Wiener 過程にしたがう系列無相関な確率変数であるものとする。

他方，独占企業の生産過程は，生産函数



図－5－(a)



図－5－(b)

$$X=F(K,L) \tag{95}$$

で特定されるものとする[8)]。ただし，K は資本量，L は労働投入量である。

さらに，独占企業の資本蓄積過程は投資量 I に依存し，その動的過程は

$$dK=(I-\delta K)dt \tag{96}$$

で表わされ，また，在庫の動的過程は

$$dN=[X-q(p,\theta)]dt \tag{97}$$

で表わされるものとする。

このとき，企業の瞬時的利潤は，賃金率 w に対し

$$\pi(t)=pq(p,\theta)-wL-vI-C(I)-B(N) \tag{98}$$

で与えられる。企業が利潤流列の割引現在価値の期待値を最大化するものとすれば，確率動的計画

法の適用から，状態評価関数J

$$J(K,N,\theta,t)=\max_{p,L,I} E_t\int_0^\infty \widehat{\pi}(\tau)\,d\tau \tag{99}$$

が定義される。ただし，$\widehat{\pi}(t)=\pi(t)e^{-rt}$である。

前節と同様の手続きを適用すれば，時間間隔Δtに対し，

$$J(K,N,\theta,t)=\max_{p,L,I}\left\{\widehat{\pi}(t)\Delta t+E_t\left[J(K(t+\Delta t),N(t+\Delta t),\theta(t+\Delta t),t+\Delta t)\right]\right\} \tag{100}$$

がしたがう。しかるに，$E_t[J(K(t+\Delta t),N(t+\Delta t),\theta(t+\Delta t),t+\Delta t)-J(K(t),N(t),\theta(t),t)]=E_t\Delta J$を想起すれば，(100)式は

$$J(K,N,\theta,t)=\max_{p,L,I}\left[\widehat{\pi}(t)\Delta t+J(K,N,\theta,t)+E_t\Delta J\right] \tag{101}$$

と表現し直される。(101)式の両辺から$J(K,N,\theta,t)$を減じΔtで除し，$\Delta t\to 0$とすると，その極限dtに対し，Bellman 方程式

$$0=\max_{p,L,I}\left[\widehat{\pi}(t)+\frac{1}{dt}E_t\,dJ\right] \tag{102}$$

がしたがう。

上と同様に伊藤補題を適用すれば

$$\begin{aligned} dJ&=J_K dK+J_N dN+J_\theta d\theta+J_t dt+\frac{1}{2}J_{KK}(dK)^2+\frac{1}{2}J_{NN}(dN)^2+\frac{1}{2}J_{\theta\theta}(d\theta)^2\\ &=J_K(I-\delta K)\,dt+J_N(X-q(p,\theta))\,dt+J_\theta\sigma(\theta)\,dz+J_t dt+\frac{1}{2}J_{\theta\theta}\sigma^2(\theta)\,dt \end{aligned} \tag{103}$$

を得る。いま，(103)式の両辺の期待値をとり，$(1/dt)$を乗ずれば

$$\left(\frac{1}{dt}\right)E_t\,dJ=\left[(I-\delta K)J_K+(X-q(p,q))J_N+J_t+\frac{1}{2}\sigma^2(\theta)J_{\theta\theta}\right] \tag{104}$$

がしたがう。(104)式を(102)式に代入すれば，(102)式は

$$0=\max_{p,L,I}\left[\widehat{\pi}(t)+(I-\delta K)J_K+(X-q(p,q))J_N+J_t+\frac{1}{2}\sigma^2(\theta)J_{\theta\theta}\right] \tag{105}$$

と書き改められる。

さて，(105)式の最大化を実行しよう。

価格p，労働投入量L，投資量Iが満たすべき 1 階条件は，それぞれ

$$MR(p)-q_p(p,\theta)J_N=0 \tag{106}$$

$$-w+F_L\cdot J_N=0 \tag{107}$$

$$\frac{\partial \hat{\pi}}{\partial I}+J_K=0 \tag{108}$$

で与えられる。ここで，状態変数 K, N について包絡面定理を適用すれば，それぞれ

$$-\delta J_K+(I-\delta K)J_{KK}+F_K J_N+J_{tK}+\frac{1}{2}\sigma^2(\theta)J_{\theta\theta K}=0 \tag{109}$$

$$\frac{\partial \hat{\pi}}{\partial N}-J_N+(X-q(p,\theta))J_{NN}+J_{tN}+\frac{1}{2}\sigma^2(\theta)J_{\theta\theta N}=0 \tag{110}$$

がしたがう。

さて，投資と資本の動学をみてみよう。

上の(104)式から

$$\left(\frac{1}{dt}\right)E_t dJ_K=\left[(\mathrm{I}-\delta K)J_{KK}+J_{tK}+\frac{1}{2}\sigma^2(\theta)J_{\theta\theta K}\right] \tag{111}$$

を得る。(111)式を(109)式に代入すれば

$$\left(\frac{1}{dt}\right)E_t dJ_K=\delta J_K-\frac{MR(p)}{q_p}F_K \tag{112}$$

がしたがう。しかるに，(108)式を考慮すれば

$$-\left(\frac{1}{dt}\right)E_t d\left(\frac{\partial \hat{\pi}}{\partial I}\right)=\frac{1}{dt}E_t dJ_K \tag{113}$$

を得る。(108),(112),(113)式から J_K を消去すれば

$$\left(\frac{1}{dt}\right)E_t d\left(\frac{\partial \hat{\pi}}{\partial I}\right)=\frac{MR(p)}{q_p}F_K-\delta\frac{\partial \hat{\pi}}{\partial I} \tag{114}$$

がしたがう。しかるに，

$$\frac{\partial \hat{\pi}}{\partial I}=-(v+C'(I))e^{-rt} \tag{115}$$

を考慮すれば

$$\left(\frac{1}{dt}\right)E_t d\left(\frac{\partial \hat{\pi}}{\partial I}\right)=\left[r(v+C'(I))+\left(\frac{1}{dt}\right)E_t d(v+C'(I))\right]e^{-rt} \tag{116}$$

を得る。両辺を e^{-rt} で除せば（116)式は

$$r(v+C'(I))-\left(\frac{1}{dt}\right)dC'(I)=\frac{MR(p)}{q_p}F_K-\delta(v+C'(I)) \tag{117}$$

と変形される。

前節におけると同様の手続を適用すれば

$$dC'(I)=C''(I)dI+\frac{1}{2}C'''(I)(dI)^2 \tag{118}$$

がしたがい，最適経路上で $I=I^*(K,\theta)$ がしたがうから

$$E_t(dI)^2=E_t[(I_\theta d\theta+I_K dK)^2]=\sigma^2(\theta)I_\theta^2 dt \tag{119}$$

を得る。したがって，

$$E_t dC'(I)=C''(I)E_t dI+\frac{1}{2}\sigma^2(\theta)I_\theta^2 C'''(I)dt \tag{120}$$

がしたがう。(120)式を(117)式に代入すれば

$$\left(\frac{1}{dt}\right)E_t dI=\frac{[(r+\delta)(v+C'(I))-(MR(p)/q_p)F_K-\frac{1}{2}\sigma^2(\theta)I_\theta^2 C'''(I)]}{C''(I)} \tag{121}$$

を得る。

(121)式は，期待値による投資の動学が，不確実性が作用しない確定性下におけるそれと同様の構造をもつことを示唆している。

いま，$\left(\frac{1}{dt}\right)E_t dI=0$ とすると，

$$\frac{dI}{dK}=\frac{(MR(p)/q_p)F_{KK}}{(\delta+r)C''(I)-\frac{1}{2}\sigma^2(\theta)I_\theta^2 C''''(I)} \tag{122}$$

がしたがう。もし，$C''''(I)<0$ ならば，分母>0 となり，$dI/dK<0$ となり，等傾線 $\left(\frac{1}{dt}\right)E_t dI=0$ は，$K-I$ 座標に右下りの曲線を描き，不確実性が増大する($\sigma(>0)$が増大する)につれて曲線は右上方にシフトし，勾配が緩やかになっていくことが確かめられる。

他方，(96)式から，$\frac{dK}{dt}=0$ とするとき，

$$\frac{dI}{dK}=\delta(>0) \tag{123}$$

がしたがい，等傾線 $dK/dt=0$ は，原点を発し，傾き δ をもつ右上りの直線を描く。(122)，(123)式は，投資と資本の動学を導く。(**図-6**参照。)

いま，価格 p に関して，上と同様の議論を適用すれば

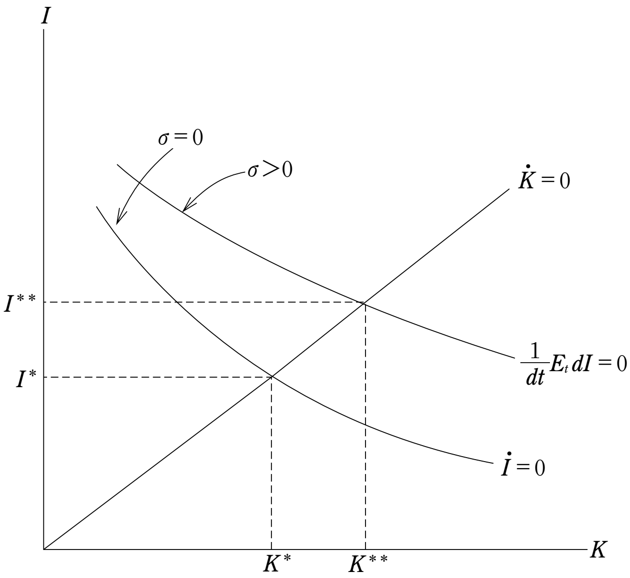
$$\left(\frac{1}{dt}\right)E_t d\left(\frac{\partial\hat{\pi}}{\partial p}\right)=q_p\frac{\partial\hat{\pi}}{\partial N} \tag{124}$$

がしたがう。しかるに，

$$E_t d\left(\frac{\partial\hat{\pi}}{\partial p}\right)=E_t dMR(p)e^{-rt} \tag{125}$$

がしたがい，さらに，$\partial\hat{\pi}/\partial N=-B'(N)e^{-rt}$ を想起すれば，(124)式は，

$$\left(\frac{1}{dt}\right)E_t dMR(p)=rMR(p)-q_p B'(N) \tag{126}$$



図－6

を得る。

ここで，在庫の非負性($N\geq 0$)は，(126)式を

$$\left(\frac{1}{dt}\right)E_t dMR(p)\leq rMR(p)-q_p B'(N) \tag{124}$$

に変更させる。$N>0$ のとき等号が，$N=0$ のとき不等号が妥当する。

5） 調整費用（adjustment costs）について，例えば，Lucas［13］, Gould［9］, Treadway［22］, Nickell［17］等参照。

6） 需要不確実性が作用せず，在庫不能な場合における販売量設定型の独占企業の投資決定の過程について，Pindyck, *op. cit.,* Section Ⅱ（p. 418–19）参照。

7） $q(p)$は線型を成し，$q''(p)=0$が想定されている。

8） 生産函数の特性について，前節のそれに準ずる。

結びにかえて

自らの生産物に対する需要にも，生産に際して招く費用にも不確実性が作用する余地が存在しないところでは，独占企業の行動様式として産出量を設定するか価格を設定するか，どちらか一方を選択することで十分である。しかるに，生産物が保存の利くそれで在庫可能ならば，産出量，価格の両方を設定するという行動様式も選択し得ることになる。すなわち，不均衡の可能性を容認する

ことに他ならない。

まず，生産過程が費用函数によって特定される情況の下で，生産物の需要に不確実性が作用するとき，不確実性は，在庫を一定に保ちつつ産出量のみを増加させる効果をもたらす可能性が確認された。

次に，生産過程が生産函数によって特定され，不断の投資による資本蓄積が展開されるとき，需要不確実性の増大化は，在庫から独立に投資を，したがって資本蓄積を促す可能性が確認された。ただし，このとき，投資の調整費用のあり方が特定されなければならない。

全体を通じて，需要不確実性は，連続的確率過程にしたがう確率変数によって特定された。かかる需要不確実性は，生産過程が費用函数で特定されるところでは産出量の定常状態経路を，生産函数で特定されるところでは，投資の定常状態経路をそれぞれ上方にシフトさせる効果をもつ。他方，在庫が限界収入の上昇し得る率に上限を画するという構造に変更がもたらされることはない。

上の議論の在庫ないし生産量の平滑化のそれへの拡張化は，興味深い試みであろう。

References

［1］ A. S. Blinder, "Inventories and Sticky Prices : More on the Microfoundations of Macroeconomics," *American Economic Review*, 72, 1982.

［2］ ________, "Can the Production Smoothing Model of Inventory Behavior Be Saved?" *Quarterly Journal of Economics*, 101, 1986.

［3］ ________, and S. Fischer, "Inventories, Rational Expectations, and the Business Cycle," *Journal of Monetary Economics*, 8 , 1981.

［4］ D. W. Carlton, "Market Behavior with Demand Uncertainty and Price Inflexibility," *American Economic Review*, 68, 1978.

［5］ G. C. Chow, "Optimal Control of Stochastic Differential Equation Systems," *Journal of Economic Dynamics and Control*, 1 , 1979.

［6］ A. K. Dixit and R. S. Pindyck, *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press, 1994.

［7］ M. S. Eichenbaum, "Rational Expectations and the Smoothing Properties of Inventories of Finished Goods," *Journal of Monetary Economics*, 14, 1984.

［8］ R. C. Fair, "The Production-Smoothing Model Is Alive and Well," *Journal of Monetary Economics*, 24, 1989.

［9］ J. P. Gould, "Adjustment Costs in the Theory of Investment of the Firm," *Review of Economic Studies*, 35, 1968.

［10］ ________, "Inventories and Stochastic Demand : Equilibrium Models of the Firm and Industry," *Journal of Business*, 51, 1978.

［11］ H. J. Kushner, *Stochastic Stability and Control*, Academic Press, 1967.

［12］ H. E. Leland, "Theory of the Firm Facing Uncertain Demand," *American Economic Review*, 62, 1972.

［13］ R. E. Lucas, "Adjustment Costs and the Theory of Supply," *Journal of Political Economy*, 75, 1967.

［14］ L. J. Maccini, "An Aggregate Dynamic Model of Short-Run Price and Output Behavior," *Quarterly Journal of Economics*, 90, 1976.

［15］ R. C. Merton, "Optimal Consumption and Portfolio Rules in a Continuous-Time Model," *Journal of Economic Theory*, 3 , 1971.

［16］ J. A. Miron and S. P. Zeldes, "Seasonality, Cost Shocks, and the Production Smoothing Model of Inventories," *Econometrica*, 56, 1988.

[17] S. J. Nickell, *The Investment Decisions of Firms*, Cambridge University Press, 1978.

[18] N. C. Nielsen, "The Price and Output Decisions of the Firm under Uncertainty," *Swedish Journal of Economics*, 77, 1975.

[19] L. Phlips, "Intertemporal Price Discrimination and Sticky Prices," *Quarterly Journal of Economics*, 92, 1980.

[20] R. S. Pindyck, "Adjustment Costs, Uncertainty, and the Behavior of the Firm," *American Economic Review*, 72, 1982.

[21] D. P. Schutte, "Inventories and Sticky Prices: Note," *American Economic Review*, 73, 1983.

[22] A. B. Treadway, "Adjustment Costs and Variable Inputs in the Theory of the Firm," *Journal of Economic Theory*, 2, 1970.

[23] E. Zabel, "Multiperiod Monopoly under Uncertainty," *Journal of Economic Theory*, 5, 1972.